ICRR 輪読

譲原 浩貴

2019 年 6 月 3 日

今日は重力波観測を通して Hubble 定数を測定すると初めて提案した論文 Schutz(1986) [1] を見ていきます

1 アブストラクト

重力波に関する Hubble 定数の制限/測定の論文ではすべて [1] が引用されている

I report here how gravitational wave observations can be used to determine the Hubble constant, H_0 The nearly monochromatic gravitational waves emitted by the decaying orbit of an ultracompact, two-neutron-star binary system just before the stars coalesce are very likely to be detected by the kilometre-sized interferometric gravitational wave antennas now being designed. The signal is easily identified and contains enough information to determine the absolute distance to the binary, independently of any assumptions about the masses of the stars. Ten events out to 100Mpc may suffice to measure the Hubble constant to 3% accuracy.

- 重力波観測によって Hubble 定数 H_0 を制限できるという趣旨
- キロメートルスケールの干渉計型検出器がデザインされつつある
- 宇宙論パラメーターなどの仮定なしにイベント観測から連星までの絶対距離が決まる
- 中性子星連星合体@100Mpc 以内を 10 イベント捉えられれば 3%の精度で Hubble 定数が測定できる

後で出てきますが、フォローアップ観測で母銀河が決まれば運動速度がわかるので $v = H_0 r$ のハッブル・ルメートルの法則が使える。ここで v は天体の運動速度、r は天体までの (光度) 距離

恥ずかしながら、ずっとフォローアップ観測で母銀河が特定されないと Hubble 定数は決まらないと思ってました …

この論文では母天体が決まらない場合でも、到来方向のエラー領域にある銀河のうち可能性のある銀河を列挙→10 イベント程度集めれば求めた Hubble 定数が測定できるという統計的な手法を提案している (本文ではむしろこちらをしっかりと説明してくれている)

重力波以外の方法で天体までの距離を決めようと思うと、天体との距離に応じて手法を使い分けないといけない。近い方から年周視差、HR 図、セファイド変光星、超新星の最大光度、タリーフィッシャーの関係、ハッブル・ルメートルの法則などを使い分ける、または組み合わせて遠方の天体の距離を調べる。
ただし、正確に距離を知るためには standard siren(その天体までの距離が既知) または standard ruler(正確に距離がわかっているものさし) が必要
→ それを用意するためには天体の物理を十分に理解して明るさや大きさを換算しないといけないので難しい → そこで重力波による距離の測定
Hubble 定数の最近の研究状況に関しては Living review [2] が参考になると思います
また、GW170817 による Hubble 定数の制限については [3] で報告されています。

2 イントロ

- 1-1 $M_\odot$ の連星合体の重力波は 100Hz から 1kHz まで約 3 秒で変化する
- 100Mpc まで観測できるなら年 3 イベントは検出が期待される
(最新の BNS イベントレート [4] では $1540^{+3200}_{-1220}\mathrm{Gpc}^{-3}\mathrm{yr}^{-1} = 320 \sim 4740\mathrm{Gpc}^{-3}\mathrm{yr}^{-1}$ なので、年間 0.32∼ 4.74 イベントが期待される)
- 距離 $100r_{100}$ Mpc、トータル質量 $M_T M_\odot$、換算質量 $\mu M_\odot$ の連星合体を考える。(r_{100} とか f_{100} は 0∼1？の定数だと思う、100Mpc や 100Hz を基準にしてその何倍かを表している)
- 四重極公式を使ってある周波数 (100 f_{100} Hz) での重力波の振幅を求める、本来は inclination angle によって放射するパワーが異なるがここでは inclination angle について平均している ([5] の (4.3) 式と見比べると理解しやすい)

$$\langle h \rangle = 1 \times 10^{-23} m_{\mathrm{T}}^{2/3} \mu f_{100}^{2/3} r_{100}^{-1} \tag{1}$$

- 合体までの時間スケールは ([5] の (4.27) 式と見比べると理解しやすい)

$$\tau = f/\dot{f} = 7.8 m_{\mathrm{T}}^{-2/3} \mu^{-1} f_{100}^{-8/3} \mathrm{s} \tag{2}$$

- 式 (1) と式 (2) を組み合わせて質量の項を消すと、次の関係が得られる。つまり距離は質量によらずに決定できる

$$r_{100} = 7.8 f_{100}^{-2} \left(\langle h_{23} \rangle \tau\right)^{-1} \tag{3}$$

- ただ、ここでは式 (1) が放射方向 ι を考慮していない。重力波のパラメーター推定でよく問題になるのが距離と inclination angleι が縮退しているという問題。つまり、「近いイベントで $\cos\iota \ll 0$ のイベント」「遠いイベントで $\cos\iota \sim 1$ のイベント」が区別できない。参考：[6] の Fig2
単純な解決方法は台数を増やして縮退を解く or めっちゃ近いイベントが起こって SNR が大きい

3　到来方向の決定精度

- 距離 r が重力波観測から直接決まる
- 重力波源の天体が電磁波望遠鏡で同時に決まると嬉しい
- ハッブルルメートルの法則を使って、H_0 を測定できる

$$v = H_0 r$$

  ここで v は視線方向の速度、r は (光度) 距離
- 2 台の検出器の距離が d → 検出器への到来時間差は $(d\cos\theta)/c$、$d = 6500$ km なら、$\Delta t \leq 22$ ms
- 観測には 5 つの未知の量がある
  - 到来方向 (2)
  - 異なる偏極での振幅 $A_+, A_\times$ (2)
  - 偏極角 (1)
- 到来方向、偏極角の決定精度は 2 つのエラーで決まる
  - 検出器にイベントが到来したときの時刻の決定精度 (何で決まるかというとイベントの SNR や $h(t)$ のキャリブレーションエラー、イベントとの距離が近いと SNR が大きい)
  - 検出器の応答の大きさ (=アンテナパターン、到来する方向によって検出器の向き不向きがある)
- 以下では $M_t^{2/3}\mu = 1$ の場合 (例えば $m_1 = m_2 = 1.1M_\odot$) 検出器にイベントが到来したときの時刻のエラー=1% 検出器の応答の大きさのエラー=3%とする
- 到来方向のエラーは $\pm 3^\circ$ で決められる、つまりエラーボックスは $6^\circ \times 6^\circ$(今は平方度で表現されるが、当時はエラーボックスで考えられている)
- 今、SNR=30 のイベントを考えると matched filter の解析結果は $1/\rho = 1/30 = 3\%$ の統計誤差を持つ。式 (2) で 100 Hz ∼ 200 Hz の波形を考える → 到来時間を 0.5 ms の精度で決定できる。(時間決定の精度を見積もると $\Delta t \sim 1/(f_{\mathrm{eff}}\rho) = 33$ ms)

4　重力波観測による Hubble 定数の測定

- エラーボックス $6^\circ \times 6^\circ$ をシュミット式望遠鏡で光学観測できれば、天体の赤方偏移が決定できる。ただし、銀河の運動速度によるランダムさがあるため、多数のイベント N が必要。H_0 の精度は $\sqrt{N}$ で良くなる

- もし光学観測によって天体を決定できなくても、銀河のクラスタリングに基づいた統計的な手法で H_0 を決定できる
- H_0 の最大値を設定する。例えば $H_0 = 120$ km/s/Mpc
- 重力波観測による到来方向のエラー領域内にある銀河のうち、運動速度が $H_0 r$ 以下の明るい銀河をリストアップする。ここでは $r < 100$Mpc のみを探せば良い
- 当時の銀河サーベイでは速度が 12000 km/s の銀河は 1 平方度に 1 個、36 平方度なら 36 個の候補銀河がある、つまり 36 個の Hubble 定数の候補が得られる
- このうち 1 つは真の Hubble 定数でほかは偽
- 30 個の区間に区切ってヒストグラムを作成する (30 という数は 3%の精度で決定するために取られている)
- それぞれのビンには $(H_0^2/3H_{\rm max}^3)dH_0$ の確率で候補イベントが分布する ($H_0^3/H_{\rm max}^3$ を微分した形になっている、ある体積内に一様にイベントが分布していると考えている？)
- 真の Hubble 定数がヒストグラムの中にきちんと入っていれば図 1 のようになるはず
- N イベントを集めたたとき、$H_0 = 120$ には $3.5N \pm (3.5N)^{1/2}$ イベントが期待される、これはビンの平均カウント数の 3 倍の値
- 最悪の場合として真の Hubble 定数が $H_0 = 120$ なら一番高いビンで統計数を稼がないといけないので $N = 14$ イベント必要 (カウント数が標準偏差の 2 倍 (Poisson 分布の 95%) を超えることを要求して解けばいい、$N \geqslant 2(3.5N)^{1/2}$)
- もし $H_0 = 60$ なら 3∼4 イベント見たらそこにピークが見える、H_0 の決定精度は 3% 程度 (ビンを 30 個に分けたから)
- これまでのパルサー観測から推定したイベントレート的には年 3 イベントくらいの BNS が期待される → 1∼10 年は掛かりそう
- 長期観測により約束された科学的成果
- 検出器の感度が上がると到来方向へのエラーが小さくなるので検出器
- Tidal effect を含めた波形モデルがどれくらい正しいかはこの解析にはほぼ影響しない → 0.3 $M_\odot$ の低質量でない限り 200Hz 以下にはその影響は現れないので
- この手法のいいところは単純なところ、もし BNS のイベントレートが低くてもいずれ真の H_0 は得られる

図 1: Hubble 定数候補のヒストグラム

参考文献

[1] B. F. Schutz, Nature **323**, 310 (1986).

[2] N. Jackson, Living Reviews in Relativity **10**, 4 (2007).

[3] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific, Virgo, 1M2H, Dark Energy Camera GW-E, DES, DLT40, Las Cumbres Observatory, VINROUGE, MASTER), Nature **551**, 85 (2017), arXiv:1710.05835 [astro-ph.CO] .

[4] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), Phys. Rev. Lett. **119**, 161101 (2017).

[5] M. Maggiore, "Gravitational Waves VOLUME 1:THEORY AND EXPERIMENTS", OXFORD (2011).

[6] The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration, Phys. Rev. Lett. , 241102 (2016).