基礎ゼミ

2021年6月18日(金)11時-12時

廣瀬千晶

概要

- 目的　干渉計やKAGRAに関する知識の理解を深める
- 日付　毎週金曜日午前11時~
- 期間　8月上旬まで、約2か月
- 教材　山本さんの修論
  安東さんの修論
  道村さんの資料

今後の予定(変更の可能性)

- ⓪KAGRAの概要
- **①~②マイケルソン干渉計/power、周波数応答**
- **③~④ファブリペロー共振器/透過光、反射光、FSR、フィネス**
- ファブリペローマイケルソン干渉計/複合反射率
- PRC、SRCの役割
- 雑音
- **⑤~⑥変調復調/PDH法**、シュナップアシンメトリー、**フェーザーダイアグラム**、ショットノイズ
- **⑦~⑧ブロック線図/伝達関数**

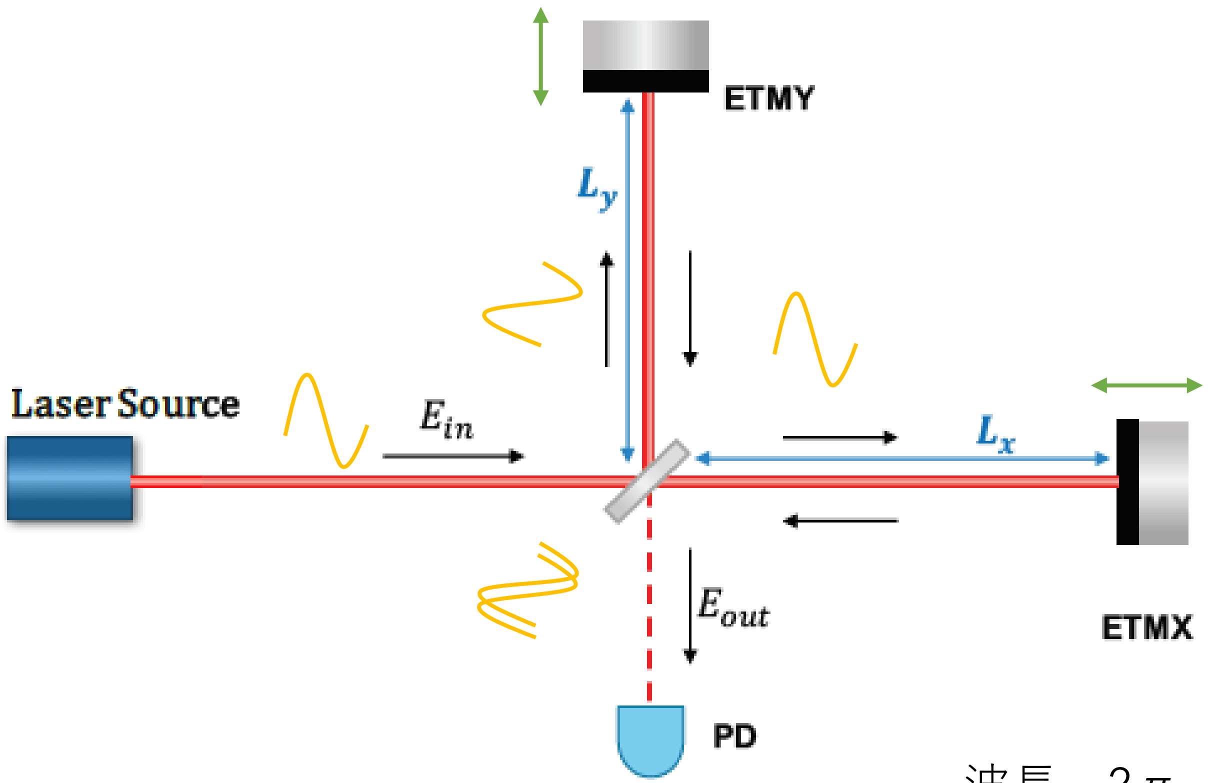
目次

- マイケルソン干渉計/power
- 重力波検出
- 周波数応答
- Powerプロット
- (ショットノイズ)

参考文献

- 山本さんの修論：p.22-26
- 安東さんの修論：p.20-22
- 重力波をとらえる：p.210-212(散射雑音)
- 川村先生「アインシュタインからの宿題：重力波の検出」https://www.jps.or.jp/information/docs/70-02GW.pdf（p.6図）

マイケルソン干渉計 / Power



BSに入射する電場：

$$E_{in} = E_0 e^{i\omega t}$$

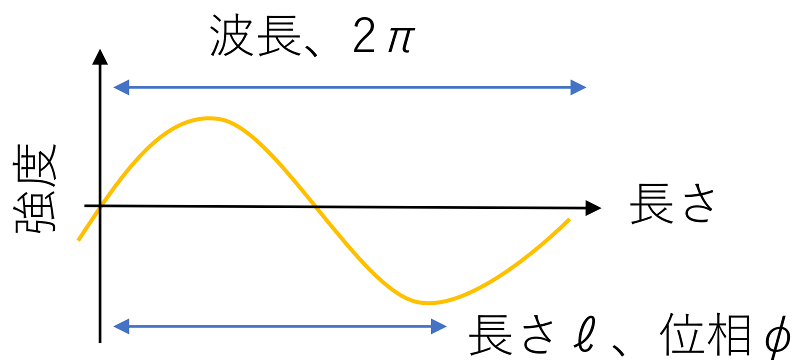
PDに入射する電場：

$$E_{out} = \frac{1}{2} E_0 (e^{i2kL_x} - e^{i2kL_y})$$
$$= \frac{1}{2} E_0 (1 - e^{i2kL_-}),\ \delta L_- = L_y - L_x$$

PDに入射する光強度：

$$P_{out} = E_{out} {E_{out}}^*$$
$$= \frac{1}{2} E_0 (1 - \cos 2k\delta L_-)$$
$$= \frac{1}{2} P_{in} (1 - \cos 2\delta \emptyset_-)$$

鏡の位相変化



重力波検出

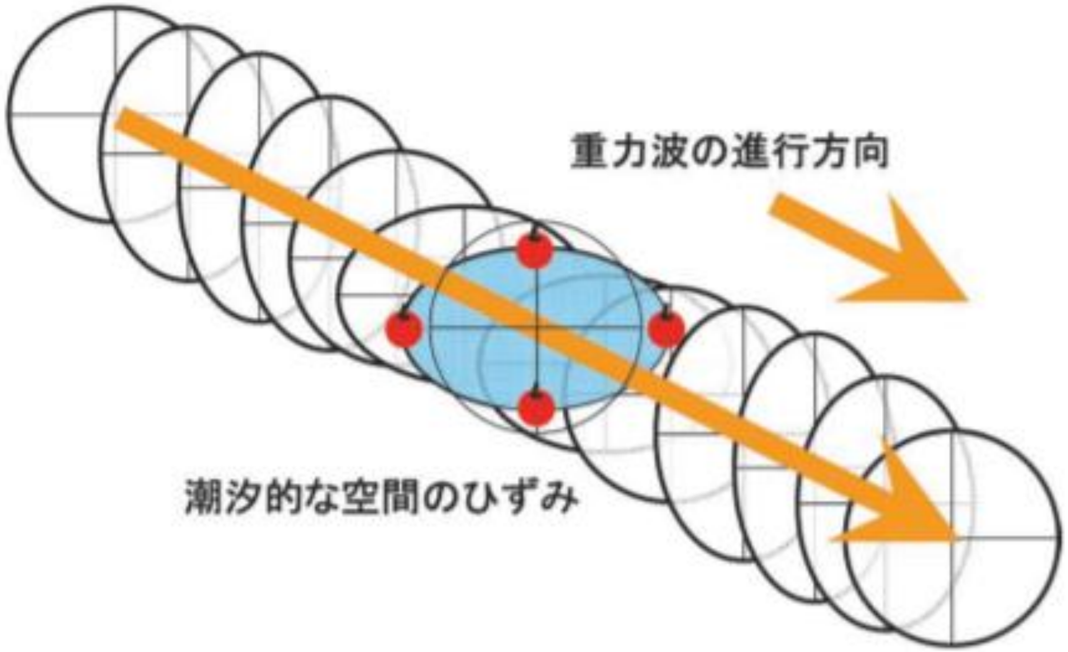


図1　重力波が伝わる様子．進行方向に垂直な面内で空間を潮汐的に伸び縮みさせながら，光速で伝わっていく．そこにリンゴが4つあると，それらの相対位置が潮汐的に振動する．

ビームスプリッタから鏡の往復時間は

$$\Delta t_x \cong \frac{2\xi^x}{c} + \frac{1}{2}\int_{t-\frac{2\xi^x}{c}}^{t} h(t)dt$$

ξ^x : xアームの長さ
ξ^y : yアームの長さ

Xarmでの長さは(Ω…レーザー角周波数)

$$\phi_x = \Omega\Delta t$$
$$= \Omega(\frac{2\xi^x}{c} + \frac{1}{2}\int_{t-\frac{2\xi^x}{c}}^{t} h(t)dt)$$

XarmとYarmでの長さ変化を比較すると

$$(\phi_{-} = \phi_{\mathrm{x}} - \phi_y, \xi_{-} = \xi_{\mathrm{x}} - \xi_y)$$

$$\phi_{-} = \frac{2l_{-}\Omega}{c} + \delta\phi_{GR}$$
$$\delta\phi_{GR} = \Omega\int_{t-\frac{2\xi^x}{c}}^{t} h(t)dt$$

$\frac{2l_{-}\Omega}{c}$は往復時の2つのアームの距離の差。
$\delta\phi_{GR}$は重力波に関連する位相変化。

周波数応答

先程の式を周波数応答に直す。H(t)をフーリエ変換する。

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$\delta\phi_{GR} = \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^{t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega dt$$

$$\phi_{-} = \frac{2l_{-}\Omega}{c} + \delta\phi_{GR}$$

$$\delta\phi_{GR} = \Omega \int_{t-\frac{2\xi x}{c}}^{t} h(t) dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega}{\omega} \sin(\frac{\omega l}{c}) h(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} H_{MI} h(\omega)\, d\omega\ ,$$

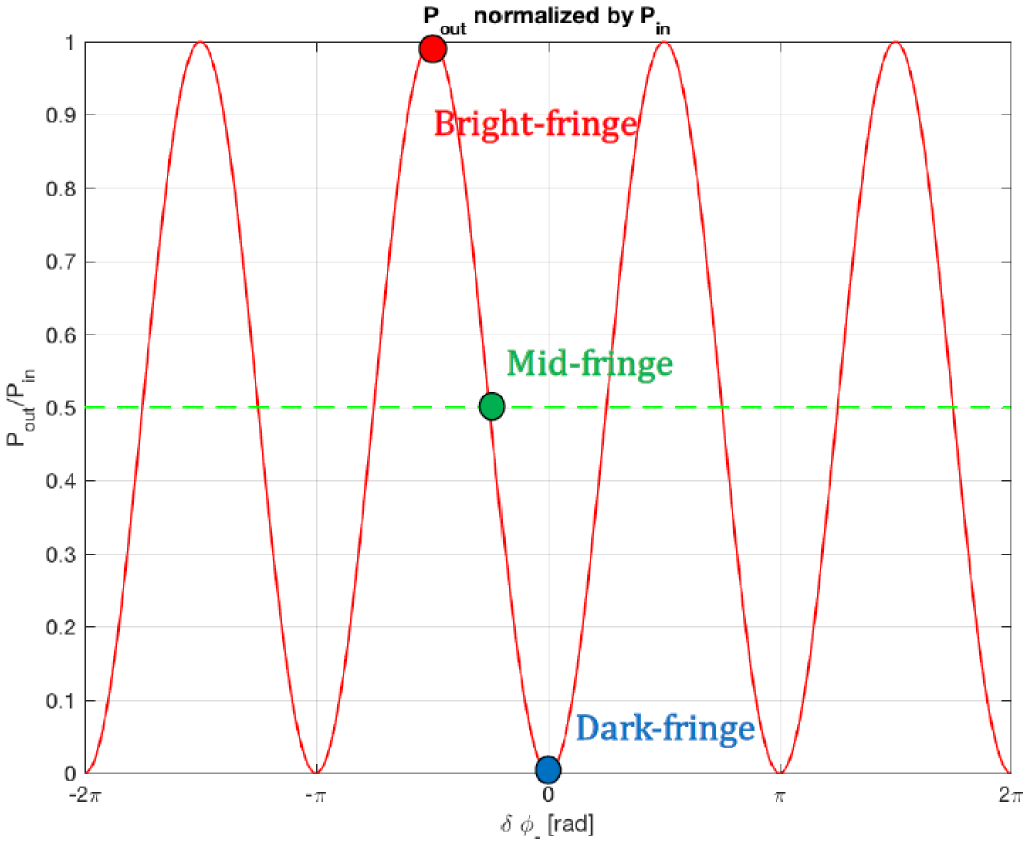
マイケルソン干渉計の周波数応答

$$H_{MI}(\omega) = \frac{2\Omega}{\omega} \sin(\frac{\omega l}{c})\ e^{i\omega t}$$

sinが最大となる長さは

$$\frac{\omega l}{c} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \mathrm{l} = \frac{\pi c}{2\omega}$$

マイケルソン干渉計 / Power



(b) P_{out}/P_{in}

$$P_{out} = \frac{1}{2} P_{in}(1 - \cos 2\delta\phi_{-})$$

Bright-fringe、Dark-fringe :
長さ変化が起きた時に、変化の方向が分からない。

Mid-fringe :
線形部分なので、長さ変化が起きた時に、変化の方向が分かる。

→しかし、ショットノイズの関係で、
(KAGRAは) Dark-fringeになる場所にPDを置いている

課題

- 周波数応答($H_{\mathbf{MI}}(\omega)$)をプロットしてみる。

①横軸周波数、縦軸 $|H(\omega)|$ 絶対値、

②横軸周波数、縦軸 $\angle H(\omega)$ 位相

Ω…IRレーザーの角周波数

ℓ …3000[m](KAGRAのアームの長さ)

- (次回) ショットノイズから、S/N比を求める。

Bright-fringeとMid-fringeとDark-fringeでどう変化するか…