基礎ゼミ

2021年8月6日(金)11時-12時

廣瀬千晶

今後の予定(変更の可能性)

- ⓪KAGRAの概要
- **①~②マイケルソン干渉計/power、周波数応答**
- **③~④ファブリペロー共振器/透過光、反射光、FSR、フィネス**
- ファブリペローマイケルソン干渉計/複合反射率
- PRC、SRCの役割
- 雑音
- **⑤~⑥変調復調/PDH法**、シュナップアシンメトリー、**フェーザーダイアグラム**
- **⑦~⑧ブロック線図/伝達関数**

目次

⑦~⑧ブロック線図/伝達関数

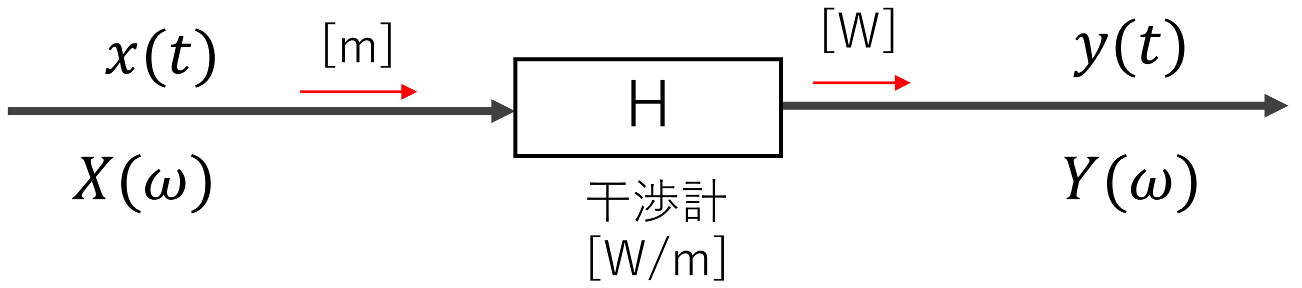
- 振り子の伝達関数
- ブロック線図の基礎
- フィードバックループ(ブロック線図)
- 制御をしないと…

参考文献

・道村さんの資料「電気情報工学特別講義第4回」
https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/michimura/lectures/Niigata_EIE2016_4_michimura.pdf
・宮川先生の資料「How to design feedback filters for a given system?」
https://gwdoc.icrr.u-tokyo.ac.jp/cgi-bin/private/DocDB/ShowDocument?docid=1943
・中野さんのStudent meetingの「制御」の資料
http://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/KAGRA/StudentMeeting?action=AttachFile&do=view&target=190627_NakanoLecture.pdf

伝達関数とは

- 周波数応答(伝達関数)とは→ $H(\omega) = \dfrac{Y(\omega)}{X(\omega)}$
- 入力と出力の比



振り子の伝達関数

KAGRAの鏡は振り子で吊るされているので
サスペンションの伝達関数を用いる。

- 復元力
  $\mathrm{Fr} = -\mathrm{mg}\sin\theta = -\mathrm{mg}\frac{x_{out}-x_{in}}{l}$
- 減衰力 $\mathrm{Fr} = -2\mathrm{m}\gamma \dot{x}_{out}$

ここから運動方程式を求める。

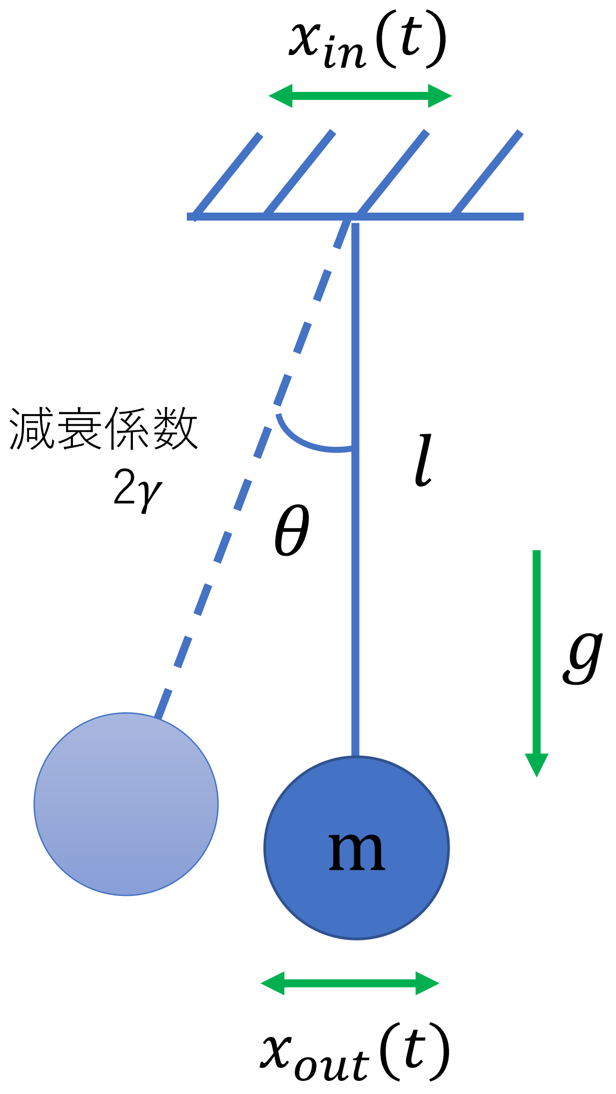
$$\mathrm{m}\ddot{x}_{out} = -\mathrm{mg}\frac{x_{out}-x_{in}}{l} - 2\mathrm{m}\gamma \dot{x}_{out}$$

フーリエ変換すると

$$-\omega^2 \mathrm{X}_{out} = -\mathrm{g}\frac{X_{out}-X_{in}}{l} - 2i\omega\gamma X_{out}$$

伝達関数は

$$H(\omega) = \frac{X_{out}}{X_{in}} = \frac{\frac{g}{l}}{-\omega^2 + \frac{g}{l} - 2i\omega\gamma}$$



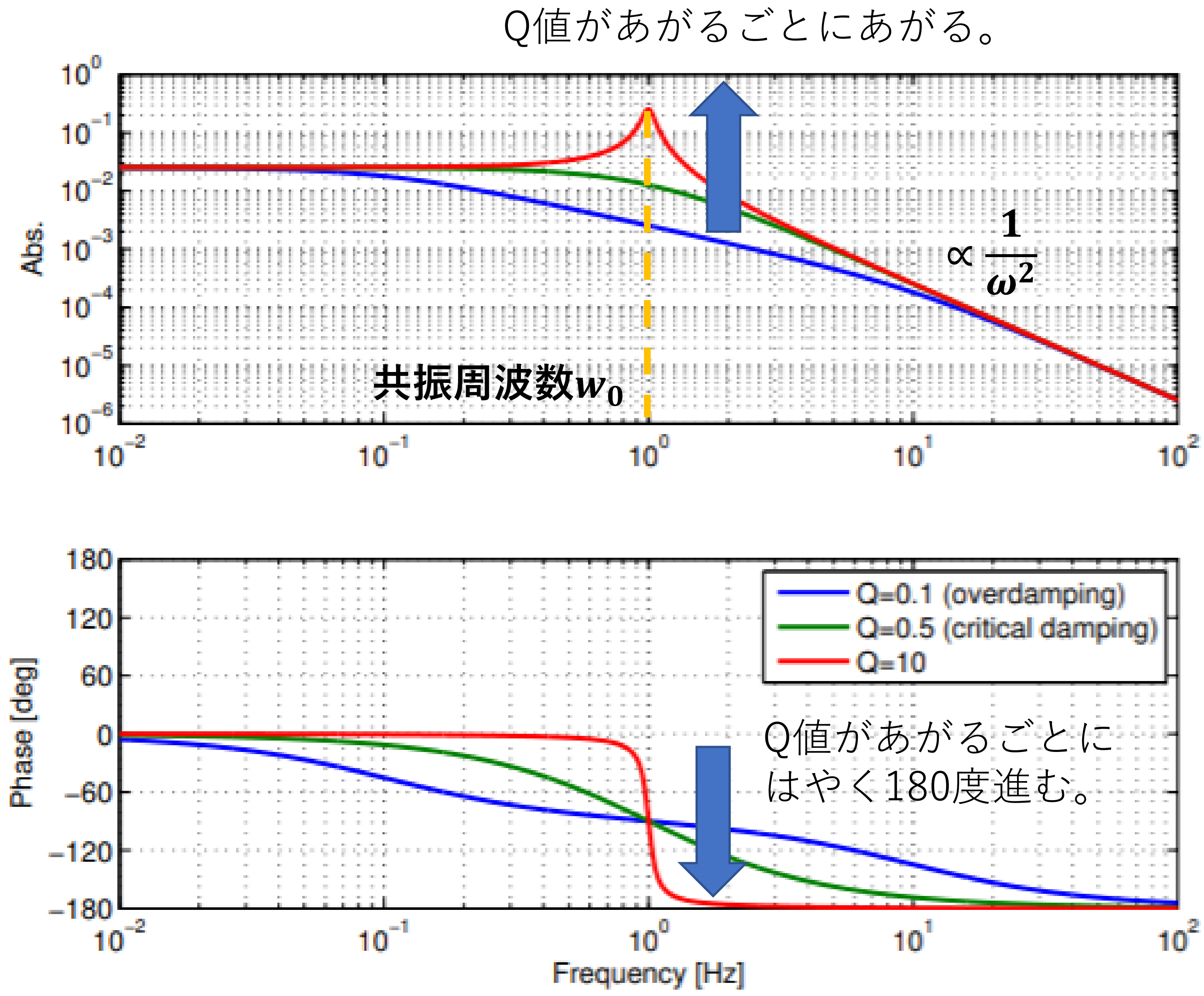


図 1: 各 Q 値における振り子の伝達関数

$$H(\omega) = \frac{\frac{g}{l}}{-\omega^2 + \frac{g}{l} - 2i\omega\gamma}$$

共振周波数w0 $= \sqrt{\frac{g}{l}}$

Q値$Q = \frac{w_0}{2\gamma}$ 共振の鋭さを用いると

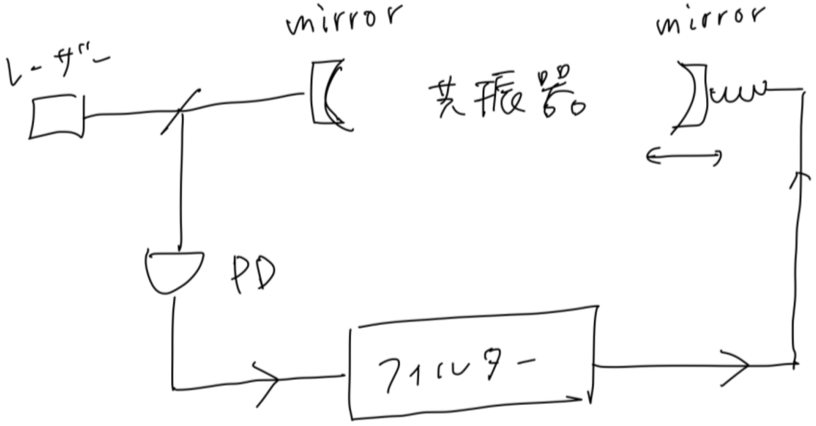
$$H(\omega) = \frac{\frac{g}{l}}{-\omega^2 + \frac{g}{l} - 2i\omega\gamma}$$

$$= \frac{{w_0}^2}{-\omega^2 + {w_0}^2 + i\omega w_0 / Q}$$

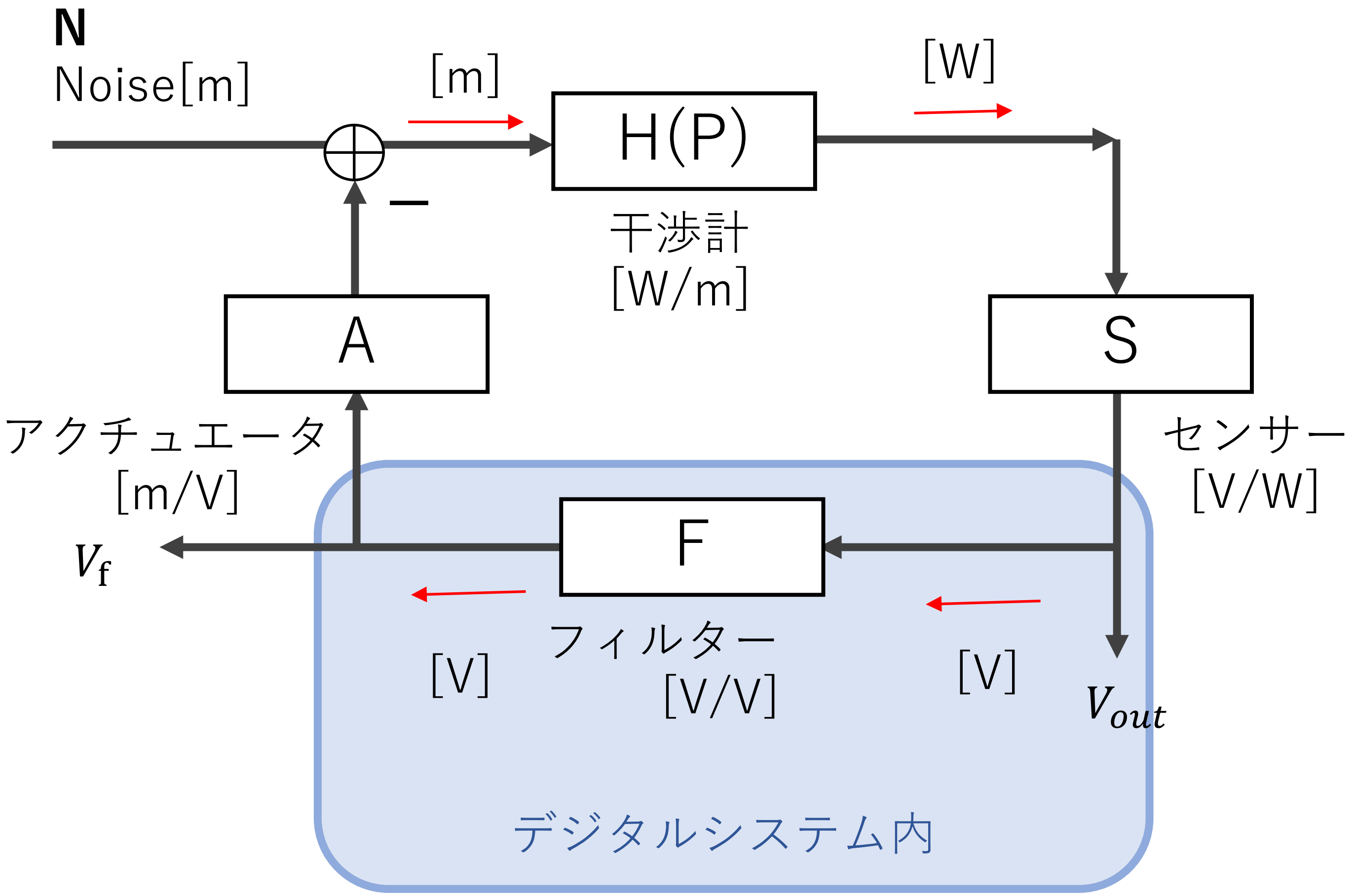
Lが長いほど共振周波数が低い。

Q値が高いと揺れが大きい。

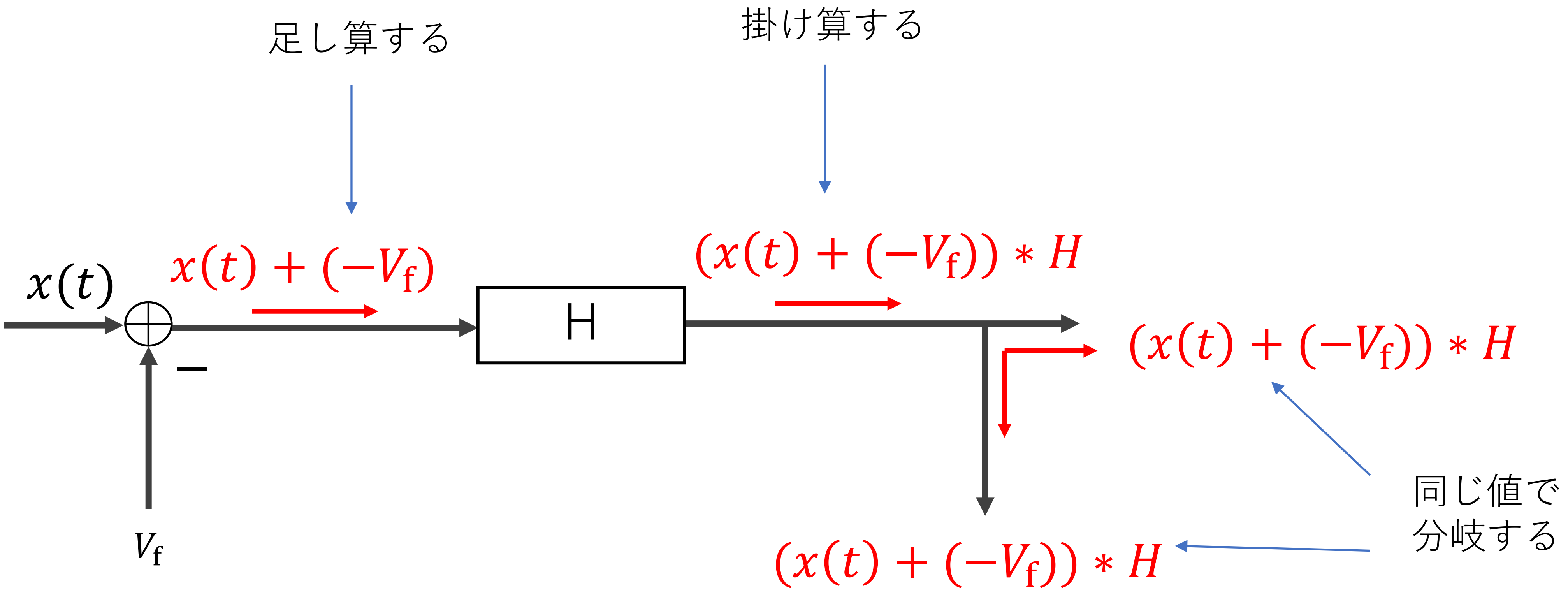
フィードバックのブロック線図



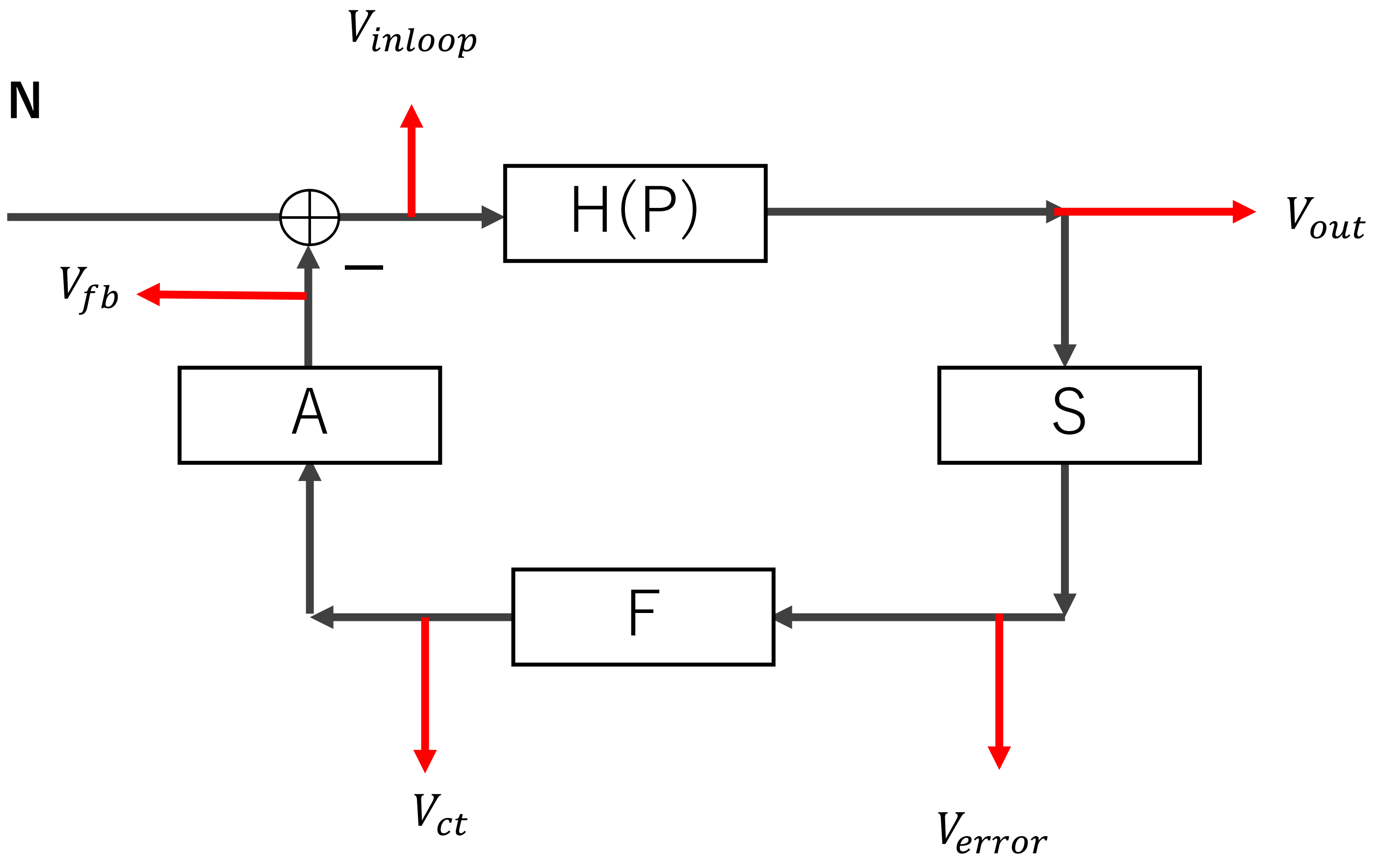
共振器の鏡が長さ変化した時の
フィルターを考える。



ブロック線図の見方



フィードバックのブロック線図



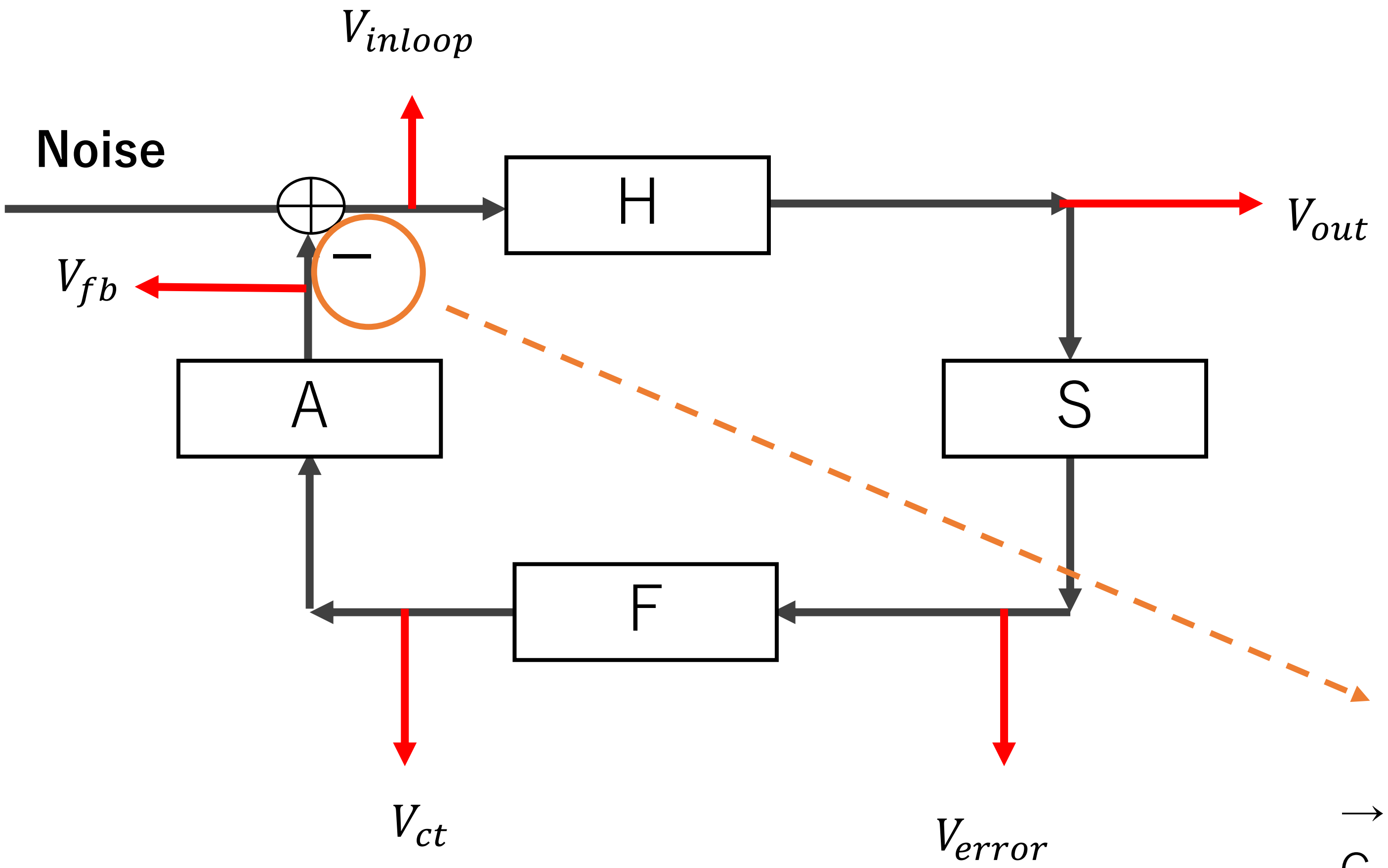
$$\begin{cases} V_{error} = S * V_{out} \\ V_{out} = H * V_{inloop} \\ V_{inloop} = N - V_{fb} \\ V_{fb} = A * V_{ct} \\ V_{ct} = F * V_{error} \end{cases}$$

ここからV_{error}を出してみると…

$$V_{error} = S * V_{out}$$
$$= S * H * V_{inloop}$$
$$= S * H * (N - V_{fb})$$
$$= S * H * (N - A * V_{ct})$$
$$= S * H * (N - A * F * V_{error})$$
$$\boldsymbol{V_{error}} = \frac{S * H}{1 + S * H * F * A} * N$$
$$= \frac{\mathrm{S} * \mathrm{H}}{1 + \mathrm{G}} * \mathrm{N}$$

$G = SHAF$(オープンループ伝達関数)

フィードバックのブロック線図



$$V_{inloop} = N + V_{fb}$$
$$= N + (V_{fb})$$
$$= N + (A * V_{ct})$$
$$= N + (A * F * V_{error})$$
$$= N + (A * F * S * V_{out})$$
$$= N + \left(A * F * S * H * V_{inloop}\right)$$
$$\boldsymbol{V_{error}} = \frac{1}{1 + S * H * F * A} * N = \frac{1}{1 + \mathrm{G}} * \mathrm{N}$$

$G >> 1$の時、

$$\boldsymbol{V_{fb}} = HAFS * V_{inloop}$$
$$= HAFS/G * N = N$$

→**マイナスによりノイズと打ち消しあう！！**

G=1のときの周波数をunity gain frequencyと呼ぶ。

制御して発振すると…

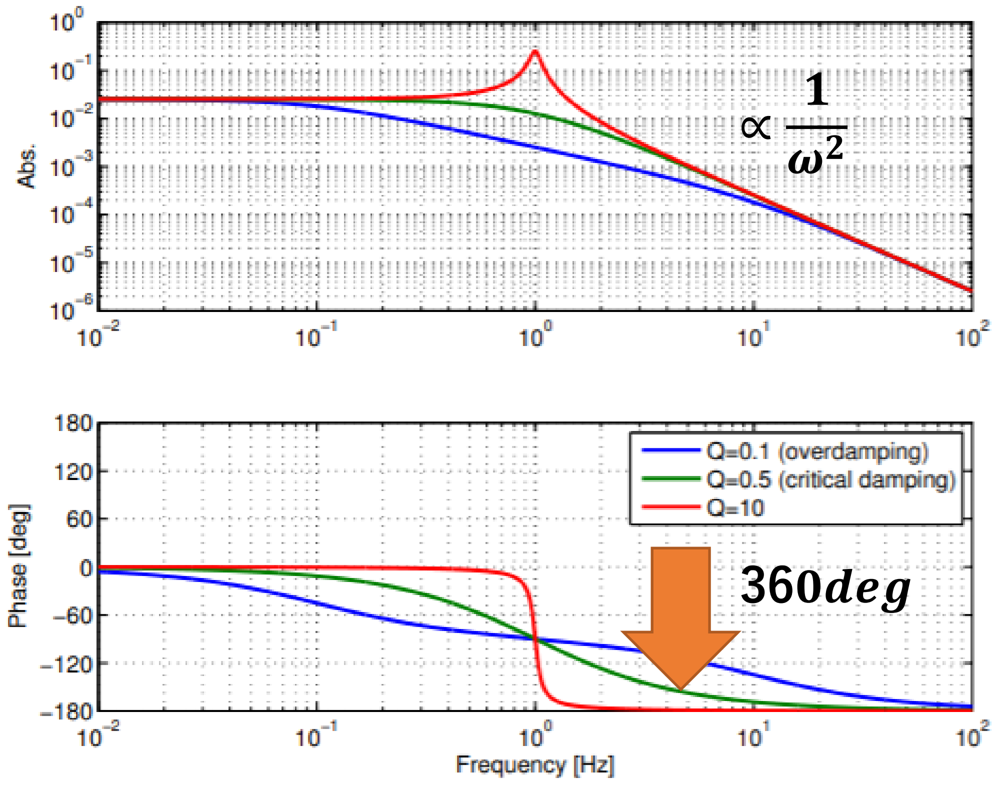
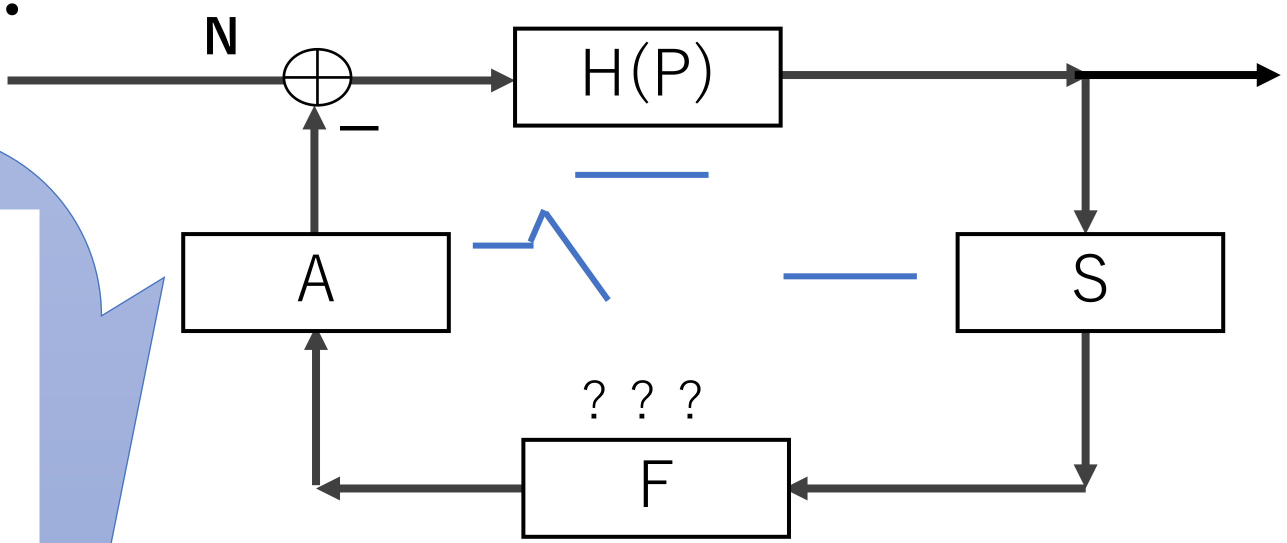


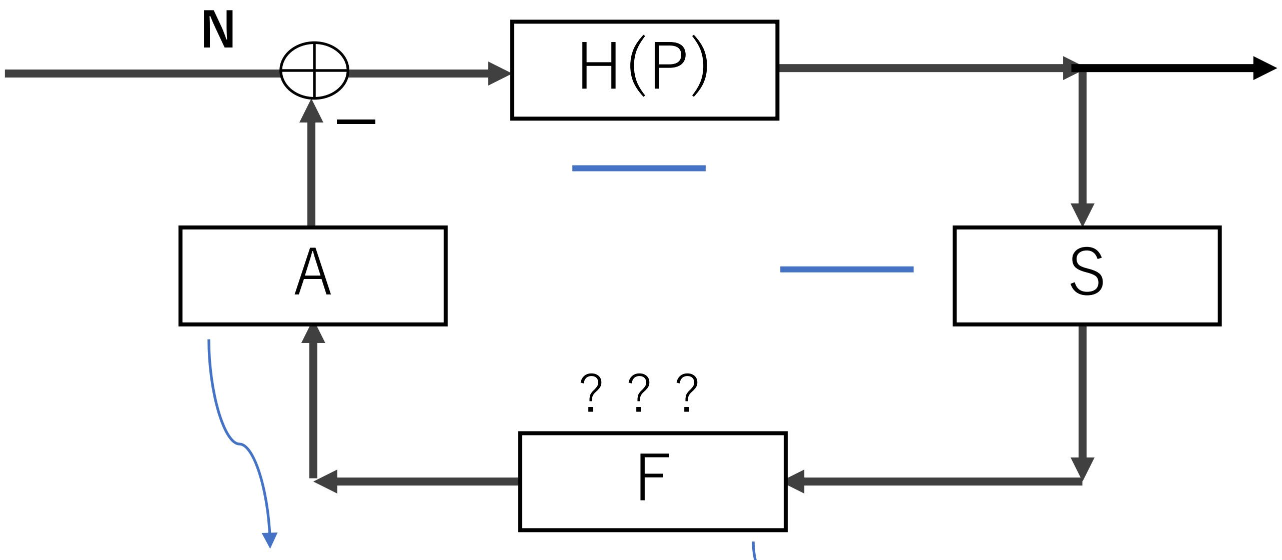
図 1: 各 Q 値における振り子の伝達関数



- 今のままだと

Aに振り子の伝達関数が来る。
UGF=1の時に位相360度
-Noiseになり(位相が反転して)
noise増えていく。
→発振状態
→適切なフィードバック制御を
かける。

たとえば・・・



- フィードバックによって
位相に余裕を持たせる。
→制御が安定になる。