

★ ガウシアンビーム

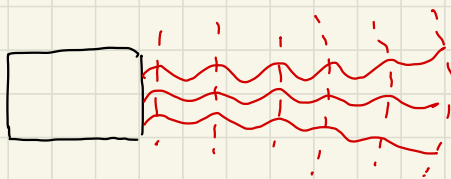
○ アウトライン

- ・ 表式

- ・ パラメータ

- ・ 高次モード

○ ガウシアンビームとは、



レーザー

基本的には、平面波

十分遠方に行くにつれて、回折の影響で

球面波に近づいていく、

⇒ ガウシアンモデル

の表式

z 軸方向に進むビーム

ω: 角周波数
k: 波数

$$E(t, x, y, z) = \underbrace{U(x, y, z)}_{\gamma} \underbrace{e^{i(\omega t - kz)}}_{- (1)}$$

エルミート多項式とガウシアン分布の積で表されるモードを

“エルミート・ガウシアンモード” と表す。

エルミート・ガウシアンモードの表式は、

$$U_{lm}(x, y, z)$$

$$(l, m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$= \underbrace{U_l(x, z)}_{\gamma} \underbrace{U_m(y, z)}_{\gamma} e^{-i(kz + i(l+m+1)\eta_z)} \quad - (1)$$

2.2.2

$$U_l(x, z) = \left(\frac{2}{\pi w_z^2} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{1}{2^l l!}} H_l \left(\frac{\sqrt{2} x}{w_z} \right) \times \exp \left[- \left(\frac{x}{w_z} \right)^2 - i \frac{k x^2}{2 R_z} \right]$$

- (2)

ヘルミット ポリノミナル の式は、

$$U_{lm}(x, y, z) \quad (l, m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$= U_l(x, z) U_m(y, z) e^{-i(kz - (l+m+1)\eta_z)}$$

$\nearrow$ x 軸方向の電場振幅 $\nearrow$ y 軸方向の電場振幅 $\searrow$

$z \propto z^{-1}$

$$U_l(x, z) = \left(\frac{2}{\pi w_z^2} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{1}{2^l l!}} H_l \left(\frac{\sqrt{2} x}{w_z} \right)$$

$$\otimes \exp \left[- \left(\frac{x}{w_z} \right)^2 - i \frac{k x^2}{2 R_z} \right]$$

$\nwarrow$ ガウシアン分布

特に $l=0$ $H_0(x) = 1$, $l=1$ $H_1(x) = 2x$, $l=2$ $H_2(x) = 4x^2 - 2$

$$l=0, m=0$$

$$U_{00} = U_0(x, z) U_0(y, z) e^{-i(kz + \eta_z)}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi w_z^2}} \exp \left[- \frac{x^2 + y^2}{w_z^2} - i \frac{k(x^2 + y^2)}{2 R_z} \right]$$

$$l=0, m=0$$

$$\begin{aligned}
 U_{00} &= U_0(x, z) U_0(y, z) e^{-i(kz + \eta_{z,1})} \\
 &= \sqrt{\frac{2}{\pi w_{z,1}^2}} \exp \left[-i(kz + \eta_{z,1}) - \frac{x^2 + y^2}{w_{z,1}^2} - i \frac{k(x^2 + y^2)}{2R_{z,1}} \right]
 \end{aligned}$$

基本ガウシアンモード, TEM₀₀

モード

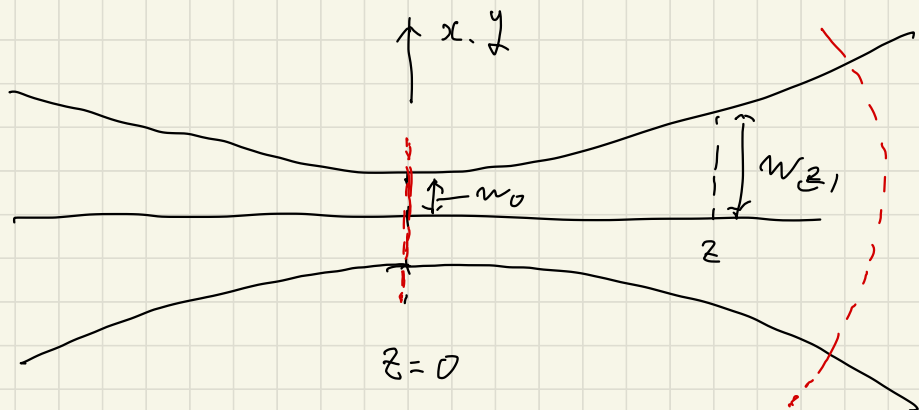
と関係

$$w_{z,1} = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} : \text{束腰半径}$$

$$\begin{aligned}
 U_{00} &= \underbrace{\sqrt{\frac{2}{\pi w_{z,1}^2}}}_{\text{振幅}} \times \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w_{z,1}^2} \right) \\
 &\quad \times \exp \left(i \left[\underbrace{kz + \eta_{z,1}}_{\text{位相}} - \frac{k(x^2 + y^2)}{2R_{z,1}} \right] \right)
 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = w_{z,1}^2$$

$$U_{00} \rightarrow 1/e$$



w_0 : ビームウエスト $z=0$ 付近

○ $R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right]$: 波面の曲率半径

$z=0 \rightarrow R(z) \rightarrow \infty$

ビームウエストの位置では、波面は平面
 $\rightarrow$ 平面

$z \rightarrow$ 大 $R(z)$ は有限の値

ビームウエストの位置から十分遠方の z には、
 波面は曲率をもち $\rightarrow$ 球面波

○ $z_0 = \frac{k w_0^2}{2}$: レイ-レンジ

$$w(z_0) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{z_0} \right)^2} = \sqrt{2} w_0$$

$$R_z = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right] \quad z_0: L(1) - L(2)$$

$z \ll z_0$ のとき

$R_z \rightarrow \infty$ とき、平面波

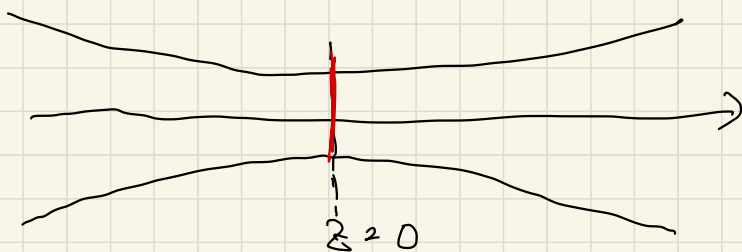
$z \gg z_0$ のとき

$R_z \rightarrow z$ とき、曲率をとり
球面波

$$U_{\text{tot}} = \text{---} \times \exp \left[-i(kz - \underbrace{\eta_z}) \right]$$

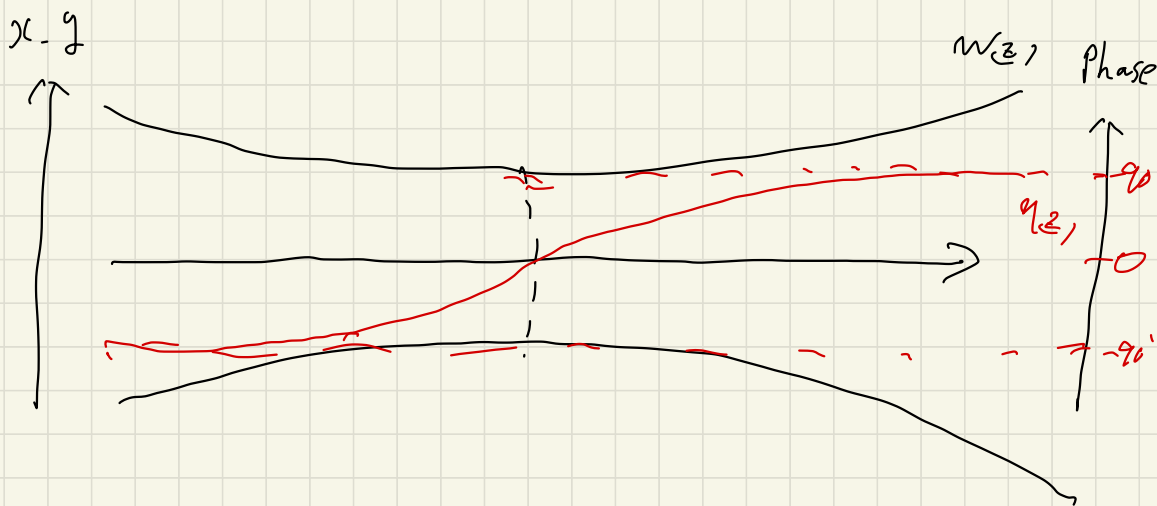
$\eta_z = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)$: 7°1' 位相
(Gouy)

$$z=0 \rightarrow \eta_{(0)} = 0$$



$z \rightarrow \infty$

$\eta_{z,1} \rightarrow 90^\circ$



(宿) 式(1)を導出しよう

□ マクスウェル方程式 $\rightarrow$ 波動方程式

□ z 方向は変化が小さい

$$\frac{2\pi}{2z} \rightarrow 0$$

近軸近似