

6/5(水) 16:00～17:00

---

干渉計セミナー④

---

教科書（レクチャー全体）

---

\* レーザー物理入門(霜田光一, 岩波書店)

---

\* 重力波物理の最前線(川村静児, 共立出版)

---

他におすすめの教科書

---

\* Gravitational-Wave Physics and Astronomy: An Introduction to Theory, Experiment and Data

---

Analysis(Jolien D. E. Creighton)

---

(重力波探索手法のことも詳しい)

---

\* 安東さんの修士論文 [https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/ando\\_m.pdf](https://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/ando_m.pdf) (干渉計制御について

---

詳しい)

---

■ 今年度の干渉計セミナー

---

[https://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/KAGRA/IFOBasicLec/2024Basic\\_lecture](https://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/KAGRA/IFOBasicLec/2024Basic_lecture)

---

■ 過去の干渉計セミナー

---

[https://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/KAGRA/IFOBasicLec/2022Basic\\_lecture](https://gwwiki.icrr.u-tokyo.ac.jp/JGWwiki/KAGRA/IFOBasicLec/2022Basic_lecture)

---

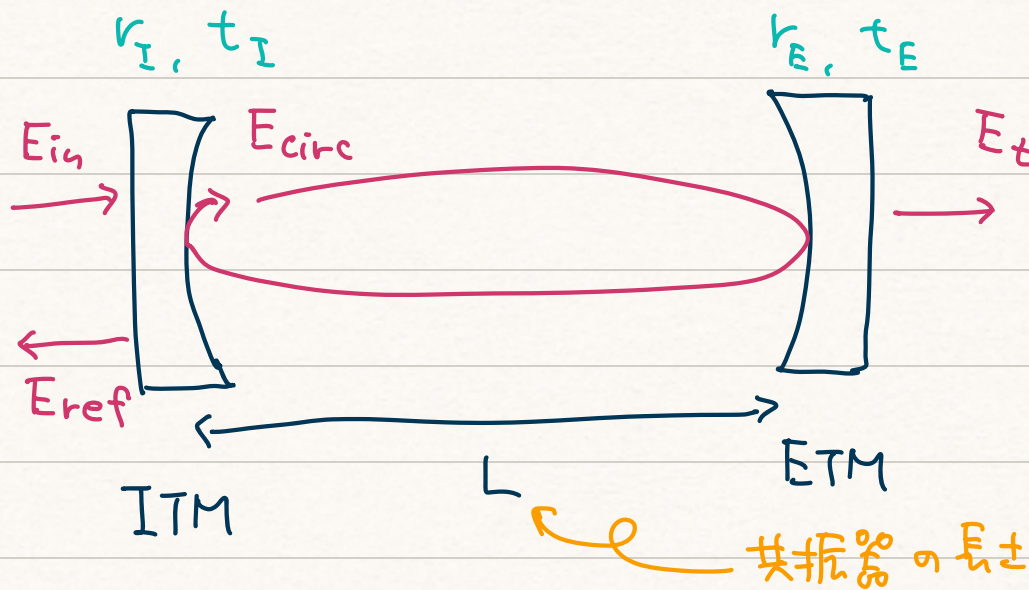
---

---

---

# o Fabry - Perot 共振器

Maggiore o Section 9.2



$$E_{ref} = -r_I \cdot E_{in} + E_{circ} \times e^{-i\beta L} \times r_E \times e^{-i\beta L} \times t_I \dots \textcircled{1}$$

$$E_t = E_{circ} \times e^{-i\beta L} \times t_E \dots \textcircled{2}$$

$$E_{circ} = t_I \times E_{in} + E_{circ} \times e^{-i2\beta L} \times r_E \times r_I \dots \textcircled{3}$$

③ を整理して.

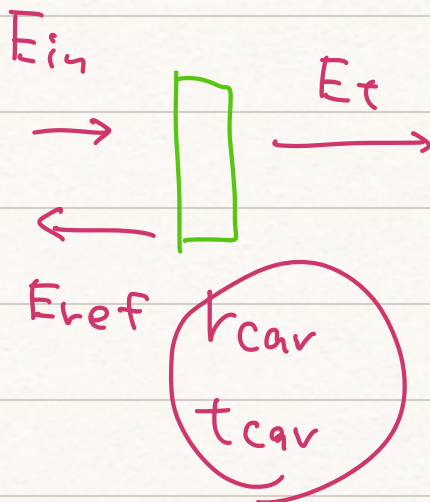
$$E_{circ} = \frac{t_I}{1 - r_I r_E e^{-2i\beta L}} \cdot E_{in} \dots \textcircled{4}$$

④ & ②  $\rightarrow$   $t_1 t_2$

$$E_t = \frac{t_1 t_2 e^{-2i\beta L}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\beta L}} \cdot E_{in} \quad \dots \textcircled{5}$$

④ & ①  $\rightarrow$   $t_1^2$

$$E_{ref} = -r_1 \cdot E_{in} + \frac{r_2 \cdot t_1^2 \cdot e^{-2i\beta L}}{1 - r_1 r_2 \cdot e^{-2i\beta L}} \cdot E_{in} \quad \dots \textcircled{6}$$



共振器の反射率  $r_{cav}$

$$\begin{aligned} r_{cav} &= \frac{E_{ref}}{E_{in}} \\ &= -r_I + \frac{r_E \cdot t_I^2 \cdot e^{-2i\beta L}}{1 - r_I r_E \cdot e^{-2i\beta L}} \dots \textcircled{7} \end{aligned}$$

共振器の透過率  $t_{cav}$

$$\begin{aligned} t_{cav} &= \frac{E_t}{E_{in}} \\ &= \frac{t_I t_E e^{-i\beta L}}{1 - r_I r_E e^{-2i\beta L}} \dots \textcircled{8} \end{aligned}$$

⑧ 式から透過光強度  $P_t$

$$\begin{aligned} P_t &= |E_t|^2 \\ &= |t_{cav} \cdot E_{in}|^2 \\ &= \left| \frac{t_I t_E e^{-i\beta L}}{1 - r_I r_E e^{-2i\beta L}} \right|^2 \underbrace{|E_{in}|^2}_{\equiv P_{in}} \end{aligned}$$

$$= \left( \frac{t_I t_E e^{-i\beta L}}{1 - r_I r_E e^{-2i\beta L}} \right) \left( \frac{t_I t_E e^{-i\beta L}}{1 - r_I r_E e^{-2i\beta L}} \right)^* \cdot P_{in}$$

$$= \frac{(t_I t_E)^2}{(1 - r_I r_E e^{-2i\beta L})(1 - r_I r_E e^{+2i\beta L})} \cdot P_{in}$$

$$= \frac{(t_I t_E)^2}{1 - (r_I r_E)^2 - r_I r_E (e^{2i\beta L} + e^{-2i\beta L})} \cdot P_{in}$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad \frac{2 \cos(2\beta L)}{2(1 - 2 \sin^2(\beta L))}$$

$$= (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$= \frac{(t_I t_E)^2}{1 - (r_I r_E)^2 - 2 r_I r_E (1 - 2 \sin^2(\beta L))} \cdot P_{in}$$

$$(t_I t_E)^2$$

$$= \frac{(t_I t_E)^2}{(1 - r_I r_E)^2 + 4 r_I r_E \sin^2(kL)} \cdot P_{in}$$

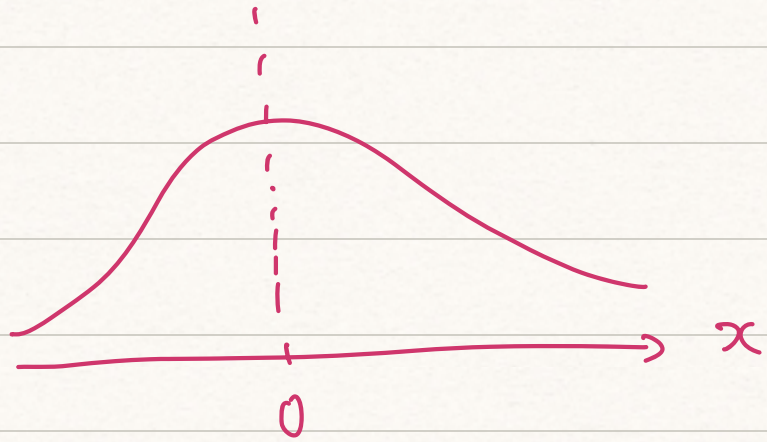
$$= \frac{(t_I t_E)^2}{(1 - r_I r_E)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4 r_I r_E \sin^2(kL)}{(1 - r_I r_E)^2}} \cdot P_{in}$$

... (★)



||

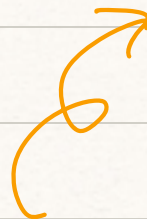
∫ - ∫ - 分布 (Cauchy)



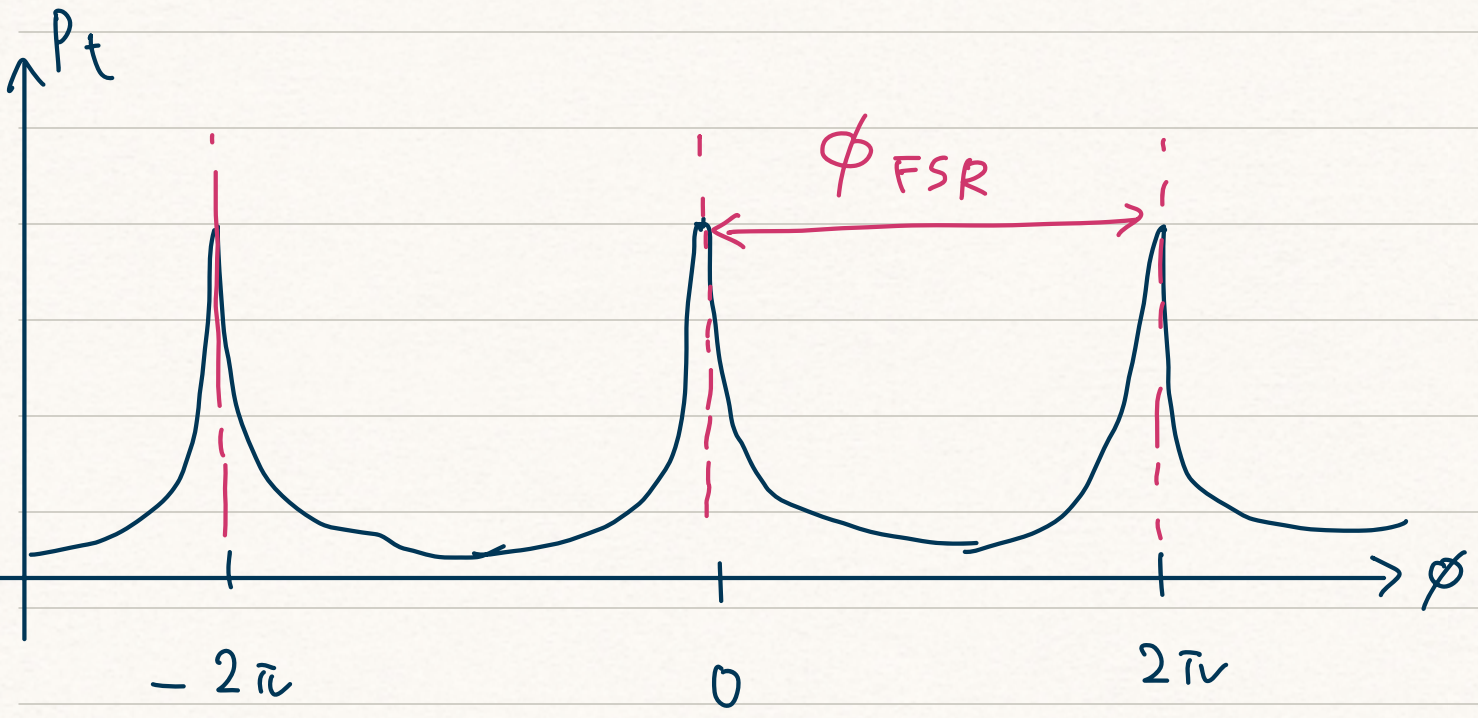
p.d.f は.

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

長さ L の共振器を  
- 往復したときの位相変化



☆ 式  $(P_t)$  と 横軸 に  $\phi = 2kL$  と  $(2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots)$



$\phi = 2n\pi$  ( $n$  は 整数) のとき.

透過光強度は最大になる。

⇒ 光が共振している。

○ 共振条件

$\phi = 2kL = 2n\pi$  のときに共振する。

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$2L \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = 2n\pi$$

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2L = n \cdot \lambda$$

周波数

$$c = f \lambda$$

$$\Rightarrow 2L \cdot \cancel{2\pi} \frac{f}{c} = \cancel{2n\pi}$$

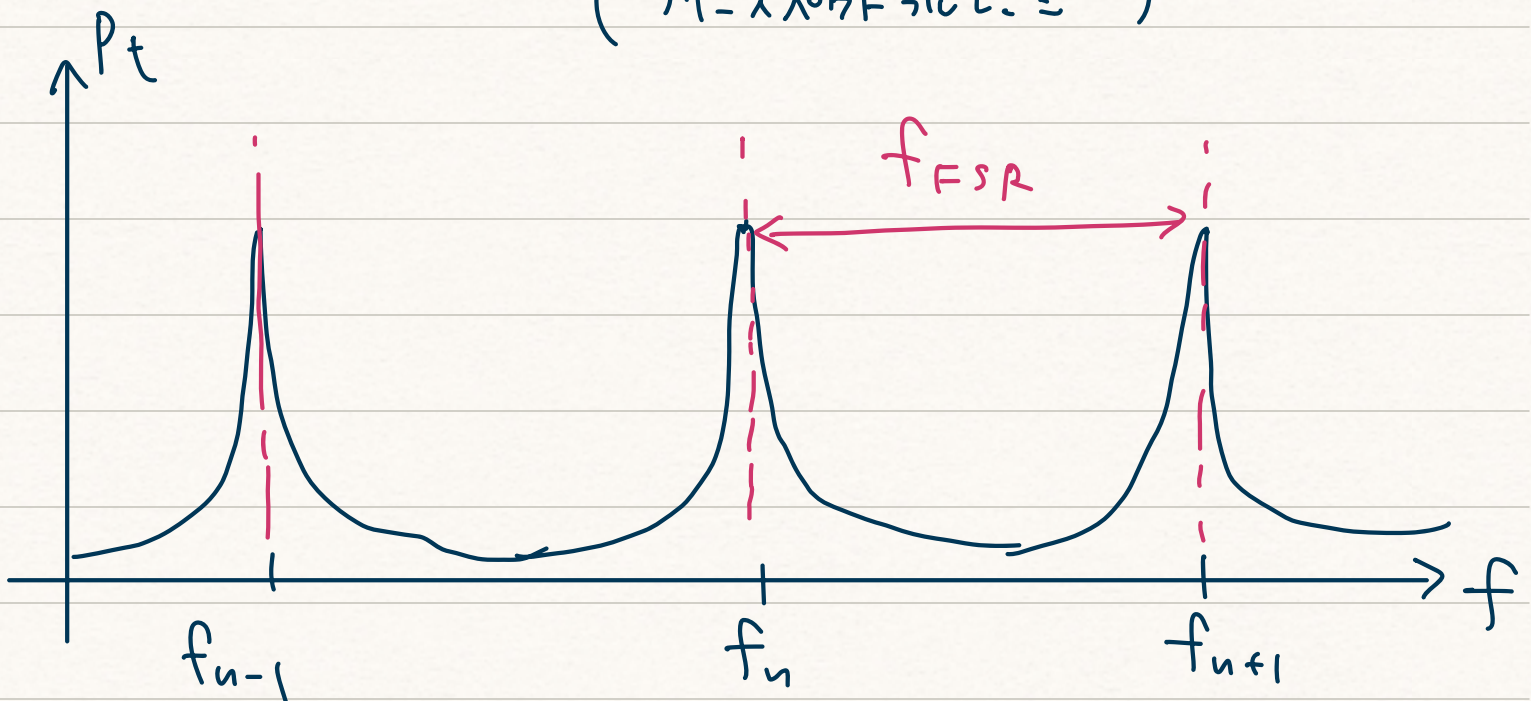
$$f_n = n \cdot \frac{c}{2L}$$

$$\Delta f = f_{n+1} - f_n$$

$$= (n+1) \cdot \frac{c}{2L} - n \cdot \frac{c}{2L}$$

$$= \frac{c}{2L} = f_{FSR}$$

( 光路長  $2L$  の共振器 )





Finesse : フィネス

次週はフィネスの定義から...。