Searches for continuous-wave signals:

version 0.1

伊藤 洋介

平成 22 年 3 月 3 日

目 次

1	この文章の目的	2
2	何を探索し、どういう物理を求めるか?	3
3	どのような解析方法でやるか	4
	3.1 大雑把な流れ	4
	3.2 仕事量、計算量の観点から	6
	3.2.1 仕事量	7
	3.2.2 計算量	7
	3.2.3 計算機	7
4	計算機で実装する処理内容、作成工程	8
	4.1 SSB における重力波波形テンプレート $h_{SSB}(t_{SSB})$ を、検出器	
	における重力波波形テンプレート $h_{ ext{LCGT}}(t_{ ext{LCGT}})$ に変換	8
	4.2 Data の準備	8
	4.3 候補イベント探索	8
	4.4 統計的言明	8
5	優先度に留意した、to do リスト	8
	5.1 Summary Table	9
6	参考書	11
A	以下の補遺の目的	11
в	Isolated pulsars search	11
	B.1 Sensitivity	11
	B.2 All-sky wide-frequency-band search	12
	B.2.1 Coherent search	12
	B.2.2 Incoherent search	13

\mathbf{C}	\mathbf{Ein}	stein@Home についてのメモ 1	4
	C.1	E@H current configuration	.4
	C.2	E@H データ量 1	.4
	C.3	計算機速度 1	.5
	C.4	E@H の仕事	.5
		C.4.1 Code preparation	.5
		C.4.2 SFT	.6
		C.4.3 Data preparation	.6
		C.4.4 Coherent search $\ldots \ldots 1$.6
		C.4.5 Results validator $\ldots \ldots 1$.7
		C.4.6 Post-processing $\ldots \ldots \ldots$.7
	C.5	LSC computing cluster	.7
	C.6	電気代	.8
	C.7	E@H サーバーの仕事	.8
	C.8	E@H server specification	.8

1 この文章の目的

LCGT による連続重力波探索について、

- (1) なにを探索し、どういう物理を求めるか
- (2) (1) をどのような解析方法でやるか
- (3)(2)を計算機で実装する処理内容、作成工程、
- (4) (3) の優先度に留意した、to do リスト

を記述する。

以下、2009 年 12 月 7 日の神田さんの e-mail 『[lcgt2008 00279] 解析ミー ティング (12/2) 議事録』より抜粋。

「ホワイトペーパー(プロポーザル)の作成について データ解析の進めるための具体的な to do をはっきりさせ、作業を開始する

ための内部向け (解析グループ、および LCGT コラボレーション内部)の書類 を作成する。* white paper というより、blue print (青写真) としての性格。

3月までを目処に、できる範囲で第1版とする。必須事項は、

- (1) なにを探索し、どういう物理を求めるか
- (2)(1)をどのような解析方法でやるか
- (3)(2)を計算機で実装する処理内容、作成工程、
- (4) (3) の優先度に留意した、to do リスト

また、(1)
(4)において、最低限おこなわなければならないことを明確にする

(3)(4) のウエイトが重い。(1)(2) は説明上必要だが、デザインドキュメントへ取り込めば良く、ウエイトは比較的軽い。解析という性格上、自由度の

高い部分や発想にかかわることもありうるが、かならず行わなければならな い内容(解析方法、実装上の工程)と峻別する。(1)も、いわゆる bread & butter physics として優先されるべきことが判るように留意。

この文書の目論みは、・解析を実装するための青写真となること・LCGTの 解析で行うこと、国際共同で行うこと、現実的に調達できるマンパワーと予 算で行うこと(いいかえれば必要なマンパワーと予算を明確にする)につい て、解析グループでのコンセンサスを確立する・このコンセンサスをLCGT コラボレーション全体で共有するである。

最初は日本語で始める。外国人コラボレーターや共同研究のため、おいお い英訳してゆく。」(以上抜粋)

2 何を探索し、どういう物理を求めるか?

本稿では自転する中性子星(パルサー)からの重力波の探索を考える。さら に、十分遠方にあるパルサーが太陽系の重心に対して静止しているとしたと き、パルサーに対して静止した太陽系重心における観測者が観測する波形は、

$$h(t_{\rm SSB}) = \sum_{k} h_k(t_{\rm SSB}) \tag{1}$$

$$h_k(t_{\rm SSB}) = h_{k0} e^{i\Phi_k(t_{\rm SSB})}$$
(2)

$$\Phi_k(t_{\rm SSB}) = \Phi_{k0} + \sum_{s=0}^{n_s} \frac{f_k^{(s)}}{s!} t_{\rm SSB}^{s+1}$$
(3)

で良く記述されるとする。ここで t_{SSB} は太陽系重心 (Solar System Barycenter) にいる観測者の固有時間。ただし、

- Known-pulsar 探索では上記モデルにさらにグリッチを起こす可能性も 考慮すること。(Blind search ではグリッチを考慮する適当な方法は無 いと思われる)。
- パルサーが連星系に存在する場合などは、上記信号に変調が加わることを考慮すること。

重力波パルサーの研究により例えば以下のことが分かる可能性がある。

- 重力波振幅 h₀、視線方向と回転軸とのなす角度 i、重力波偏極 ψ、
 Wobbling angle θ、重力波周波数 f、重力波周波数シフト (スピンダウンパラメータ) f^(s)。
- 重力波振幅 h₀ は重力波源までの距離 d、重力波発生機構に依存するの で、距離がわかっていると発生機構の物理がわかる。
 - パルサーが山を持っているとすると自転によって重力波を出す。逆に重力波観測によって距離の分かっているパルサーの非軸対称性の度合いが分かる。このとき重力波振幅は、

$$h_0 = \frac{16\pi G\epsilon I_{zz} f^2}{c^4 r}.$$
 (4)

ここで、 I_{zz} は回転軸まわりの慣性モーメント、fは重力波周波数 で、パルサーの自転周波数の2倍。

$$\epsilon = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \tag{5}$$

は非軸対称性の度合いを与える。 ϵ はパルサー表面のクラストの物性によるので、重力波の観測によってクラストの物性について制限がつく。通常の中性子星であれば、 ϵ はクラストの breaking strain $\bar{\sigma}_{max}$ によって

$$\epsilon_{\max} = 5 \times 10^{-8} \left(\frac{\sigma_{\max}}{10^{-3}}\right) \tag{6}$$

程度と理論的に予言されている [20]。重力波探索によってこれを 検証する。

 星内部に todoidal な超強磁場が存在していると非軸対称性は大きくなりうる [10]。

$$\epsilon = \begin{cases} -1.6 \times 10^{-6} (\langle B_t \rangle / 10^{15} \text{G}), & B_t < 10^{15} \text{G}, \\ -1.6 \times 10^{-6} (\langle B_t^2 \rangle / 10^{30} \text{G}), & B_t > 10^{15} \text{G}. \end{cases}$$
(7)

非常に強い todoidal 内部磁場の存在を検証できる可能性がある。

- 非軸対称性は quark 星で非常に大きくなりうることが知られてい るので、連続波探索は quark 星探索にもなる (From Eqs. (9) and (13) of [18], $\epsilon_{\text{max}} \sim 2 \times 10^{-4} (\sigma_{\text{max}}/10^{-2})$ for solid strange stars and $\epsilon_{\text{max}} \sim 6 \times 10^{-6} (\sigma_{\text{max}}/10^{-2})$ for hybrid stars.)。
- 発生機構がわかっているのならば、重力波観測によって距離がわかる。
 Dispersion measure とは独立にパルサーまでの距離を測る新しい方法
 を提供する。両者の比較による星間物質密度の研究ができる可能性。
- 重力波パルサーのパラメータ空間内での分布などの統計的性質など。
- 星の振動モード、たとえば r-modeの研究。連星系に含まれる重力波パ ルサーなら、降着の物理の研究。

3 どのような解析方法でやるか

- 3.1 大雑把な流れ
 - 太陽系重心における重力波波形テンプレートの作成:探索する波源位置、 周波数とスピンダウンパラメータの特定/設定。Known pulsar search や super-nova remnant search の場合、重力波源の位置、周波数やスピ ンダウンパラメータを電磁波による観測で事前に取得できる可能性が ある。また、パルサーによってはグリッチを起こすので、この情報も必 要。これら情報を取得するべく関連する電磁波天文学分野との連携を 要する。Blind search などの場合は、波源位置、周波数、初期位相、ス ピンダウンパラメータはフリーパラメータ。これらの他に、

- (a) (40pc 程度より) 近傍のパルサーで大きな proper motion がある 場合、観測時間中における天球面上での位置の変化の重力波位相 への影響を考慮する必要あり。
- (b) 重力波源が Sco-X1 のように連星系にある場合、連星軌道運動による重力波波形の変調を考慮する必要あり。ただし、Sco-X1 などの場合、軌道運動パラメータが必要な精度で分かっていないため、公転半径、公転周期、離心率、傾斜角などをフリーパラメータとして探索する必要がある。最悪の場合、計算量は観測積分時間のパラメータ数乗に比例するため、効率的な探索方法の開発が必要。
- (c) 視線方向に等加速度運動しているパルサーや Shklovskii effect が 効くほど近傍にあるパルサーは見掛け上スピンアップしていることがあるので、スピンダウンパラメータの探索領域に注意。
- SSB における重力波波形テンプレート h_{SSB}(t_{SSB})を、検出器における 重力波波形テンプレート h_{LCGT}(t_{LCGT}) に変換:特に、
 - (a) t_{SSB}から地球上の検出器の固有時間への変換。検出器のSSB に対 する相対運動の情報(時間の関数としてのSSB 静止系に対する検 出器の位置(と速度)の情報)が必要。地球の自転・公転運動の Ephemerisの取得方法の確保、leap seconds(うるう秒)挿入への 対応に留意。他、Einstein, Shapiro も考慮。
 - (b) detecter (antenna) pattern functions の計算。
- Data の準備: Data conditioning。観測ログのチェック。質の悪いデー タセグメントの処理。知られている線ノイズの除去。h(t) チャンネル以 外の信号との cross-correlation による conditioning。可能もしくは必要 ならば、Short Fourier Transform (SFT) 作成、heterodyning と down sampling などの前処理。
 - (a) 周波数領域での探索:LSCやローマグループの周波数領域でデータ 解析するチームは、Short Fourier Transform (SFT) データを作成 し、使用していた。この方法では、まず、所与の time series を地球 の自転による Doppler modulation が重要で無い程度(20分程度) にわけて SFT をおこなう。次に、探索する重力波源の方向やスピ ンダウンパラメータに合わせて de-modulate して SFT を「足し合 わせる」ことによって探索を行っていた。一般に de-modulation はパラメータ領域の各グリッドで行う必要があるが、各パラメー タグリッドで FFT をおこなうのは不経済なので、できる部分は 最初に FFT をおこなってしまおうというのが基本的なアイディ ア。広周波数帯域 / 広視野探索の場合、各グリッドごとに効率的 に SFT を「足し合わせる」方法を考える必要がある。たとえば、 Stroboscopic resampling-FFT の使用など。Incoherent に足し合 わせる場合は計算量はかなり減る(はず)。

- (b) 時間領域での探索:LSC では heterodyning と down sampling を おこなっていた。データ量を低減できる。探索する周波数帯域が 狭い場合に有効。
- 4. 候補イベント探索
 - (a) threshold の決定。
 - (b) パラメータ領域の gridding。
 - (c) 各パラメータグリッドにおける detection statistic (F-statistic, Hough statistic など)の計算。
 - (d) 候補イベントの選定。
- 5. Veto 作業:
 - (a) 候補イベントの「重力波信号らしさ」のチェック。
 - (b) 実験家との相談:大抵の場合、実験家がチェックするスペクトルは、数分程度積分したものである。連続波探索チームのように1日以上積分したスペクトルはあまり見ないと思われる。したがって、非常に振幅の小さな検出器起源/地球起源の線ノイズを発見するのはパルサー探索チームになることが多々ある(そして実験家はそんな小さなノイズに関わっている暇は大抵無い)。
- 6. 統計的言明:モンテカルロ法などを用いて候補イベントについて統計的 言明をする。
 - (a) 重力波検出の場合、パラメータとその誤差の決定。
 - (b) 重力波非検出の場合、振幅の上限値の決定。

以上以外に、作成したパイプラインについて、Hardware/Software signal injection によるパイプラインのチェック。

3.2 仕事量、計算量の観点から

重力波パルサーは重力波を出しつづけているので、積分時間は長いほど観 測可能性が高まる。Coherent search で SNR を落とさずパラメータ探索しよ うとすると計算量は積分時間 T の 5 乗程度(パルサーが連星系内に存在する 場合はさらに高次のべき)で増加する。

広周波数帯域 / 広視野探索をしたければ、パラメータ領域の効率的な gridding を考える必要あり。また、おそらく、incoherent search をおこなうの が計算量の観点からは現実的。(もちろん Known pulsar search は coherent 探索。)

3.2.1 仕事量

Known pulsar search では計算量は大きな問題にならない(数千 CPUs を 持つ LSC では)。さらに、Known pulsar search については、TAMA/CLIO collaboration において経験があり[19, 5, 12]。

LAL (LIGO Algorithmic Library) を使用する(開発に参加する)場合、以下の点から、仕事量は大幅に軽減される。

- 1. LSC の経験。
- 2. 開発体制が整備されていること。専任の librarian がいる。コードの書 き方、関数の仕様、version 管理、error メッセージについての規約によ り共同開発がしやすい。コードレビュー、コード仕様書の存在。
- 3. たくさんの人間が携わっているので、バグが見つかりやすい。
- 4. マンパワー。

LSC の Pulsar Group(PULG) では異なる方法で解析をするグループが共存していたので、日本のグループもある程度独立したグループとして、かつ LAL の恩恵を受けると良い。データを共有する必要無し。

3.2.2 計算量

連続波探索で計算量が多い仕事は主に以下の2つ。

- 1. パラメータ領域の探索。
- 2. パラメータ決定 / 重力波振幅の上限値決定のためのモンテカルロ。

ノイズが white & Gaussian だと仮定できれば後者のモンテカルロは必要 無い [19, 5]。また、広周波数帯域 / 全天で重力波振幅の上限値を求める必要 が無く、限られた数の興味ある候補イベントのみに注目するのであれば、モ ンテカルロ計算もそれほど大変では無い。

3.2.3 計算機

LSC のように数千 CPUs を持つことを考える場合、

- 1. 構築費
- 2. 管理維持費 (空調、電気代 etc)
- 3. 管理人

について考えること。LSC の計算機をどうにかして(金を払って?)使用す る場合、なんらかの形でデータを提供する方法とリスクを考えること。

4 計算機で実装する処理内容、作成工程

以下は周波数領域での広周波数帯域/広視野探索での工程。Coherent search の場合、FFT を利用できれば、時間領域で探索するより周波数領域で探索したほうが効率的。Incoherent search は不明。

4.1 SSBにおける重力波波形テンプレート *h*_{SSB}(*t*_{SSB})を、検出 器における重力波波形テンプレート *h*_{LCGT}(*t*_{LCGT}) に変換

検出器の SSB に対する運動情報の取得と期待される重力波位相の計算。 TEMPO2、HORIZON、LAL の使用もしくは自作。

4.2 Data の準備

SFT の作成。

4.3 候補イベント探索

パラメータ領域の gridding。Coherent search の場合、各グリッドにおける De-modulated Fourier Transform の計算とこれを利用した detection statistic の計算。Incoherent search の場合、De-modulate した後に incoherent な足 し合わせをおこなう。

4.4 統計的言明

- 1. fake signal 生成。
- 2. fake signal をデータに挿入する。
- 3. fake signal 込みのデータを、データ解析パイプラインで解析。
- fake signal から得られた detection statistic の分布 (noise と detection statistic の性質に依存する)を用いて、実データから得られた統計量の 値について議論する。

5 優先度に留意した、to do リスト

- 1. LSC(VIRGO collaboration でも良いが) との協力関係(LAL の(不) 使用)。
- incoherent search pipeline の構築と end-to-end パイプラインによる効 率の検証。

- 3. 効率的なパラメータ探索方法(パラメータ領域の gridding)の開発と実際のデータ解析への適用による効率の検証(Signal 入り/ 無しと線ノイズ入り無しのモックデータ、実データ)。
- 4. 計算機の確保。

5.1 Summary Table

Summary Table 1。Einstein@Home 以外の計算量の評価には Brady らの結 果 [8, 7] を使っている(Incoherent-Incoherent 2 step hierachical search (both stack-slide), T 時間のデータを T 時間で処理としたとき、感度が最大になる ように最適化、mismatch = 0.3, Detection 時の Pipeline 全体での Statistical Significance 99%。)。ただし、Cutler ら [11] は最適化によって所与の感度に 対して、2-5 倍程度計算コストが少なくてすむとの結果を提示しているが、複 雑なので省略。計算量はパラメータ、アルゴリズムと実装依存であり、また、 稼働するパイプラインが手元に無いのであくまで一例 (LSC にはある)。

必要なディスク容量は、 $2f_{\max}T_{obs}$ の数倍。

Sensitivity 1

$$\Theta_{\rm rel} \equiv h_{3/\rm yr} h_{\rm th}, \tag{8}$$

$$h_{\rm vir} = 4.2 \sqrt{S_{\rm r}(f) \times 10^{-7} \rm Hz} = 5.3 \times 10^{-26} \left(\sqrt{S_{\rm r}(f)}\right) \tag{9}$$

$$h_{3/\text{yr}} = 4.2\sqrt{S_n(f) \times 10^{-7}\text{Hz}} = 5.3 \times 10^{-26} \left(\frac{\sqrt{S_n(f)}}{4 \times 10^{-23}}\right),$$
 (9)

ここで $S_n(f)$ は検出器の one-sided spectral density[7]、 $h_{3/yr}$ は3ヶ月コヒーレント積分 (99% confidence, perfectly known pulsar search)。Non-axisymmetric Pulsar \mathcal{O} characteristic amplitude

$$h_c = 2.3 \times 10^{-28} \left(\frac{\epsilon}{10^{-8}}\right) \left(\frac{I_{zz}}{10^{45} \text{gcm}^2}\right) \left(\frac{8.5 \text{kpc}}{r}\right) \left(\frac{f}{500 \text{Hz}}\right)^2 (10)$$

重力波源(連続波)								
解析手法	データ処理内容	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	多要な計算機資源	Imr	শ্ব	要なソフトウェフ	2	Sensitivity
		計算能力	ディス ク ス 』 = ※回	その色	環境		LSC,	2
			ノーン谷里				VIRGO 筆のライブ	
							∋ U	
2 step incoher-	Stack-Slide	1TFLOPS	10GB の数	1	分散可能	GSL etc.	有、移植可	$\Theta_{\rm rel} = 0.1.$
ent all-Sky 1kHz			倍。					
old pulsar search.								
55days integration								
2 step incoherent	Stack-Slide	1TFLOPS	2GB の数倍。	1	分散可能	GSL etc.	有、移植可	$\Theta_{\rm rel} = 0.23.$
all-Sky 200Hz								
young pulsar								
search. 64days								
integration.								
Einstein@Home	1	200TFLOPS	1TB の数倍。	1	分散	GSL etc.	有、移植可	1

table.
Summary
÷
表

6 参考書

Maggiore 2007 [17]. Lorimer & Kramer 2005 [16]. Jaranowski & Królak [13].

A 以下の補遺の目的

LCGT データを使って連続重力波探索を Einstein@Home 上でおこなう時 に必要な計算機資源について考える。

B Isolated pulsars search

探索パラメータはパルサーの位置 (2つ: α , δ) とスピンダウンパラメータ (n 個: \dot{f} , \ddot{f} ,...)、重力波の周波数 (f)。

B.1 Sensitivity

Triaxial なパルサーからの重力波の振幅 [1]:

$$h_0 = \frac{16\pi^2 G}{c^4} \frac{\epsilon I_{zz} f^2}{r}$$

$$\simeq 7.7 \times 10^{-26} \left(\frac{\epsilon}{10^{-6}}\right) \left(\frac{r}{10 \text{kpc}}\right)^{-1} \left(\frac{f}{1 \text{kHz}}\right)^2 \tag{11}$$

$$\epsilon \equiv \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \tag{12}$$

f は重力波周波数、 $I_{xx,yy,zz} \sim 10^{45}$ gcm² は moment of inertia. $\epsilon \lesssim 10^{-7}$ for neutron stars and $\epsilon \lesssim 10^{-6}$ for possible strange stars.

Cutler [3] によるとパルサーの birth rate が 1 個/30 年程度で銀河中に一様 に分布し、生まれたときには大きな自転角運動量を持ち、かつすべてのパル サーが LIGO の周波数帯域では重力波によってスピンダウンするなら地球で 期待されるパルサーからの重力波振幅は 4×10^{-24} 程度。(Population に関す る議論から、地球から 40pc ぐらいの距離に現在電磁波では見つかっていな いパルサーがいて LIGO 周波数帯域内で重力波をだしていてもおかしくはな いだろうということ。)

False alarm rate 1%, False dismissal rate 10 %, F statistic, targeted coherent search \mathcal{O} sensitivity[1]:

$$< h_0 > = 11.4 \sqrt{\frac{S_n(f)}{T_{\rm coh}}}$$
 (13)

$$\simeq 2 \times 10^{-26} \left(\frac{\sqrt{S_n(f)}}{10^{-23}} \right) \left(\frac{T_{\rm coh}}{1 \rm yr} \right)^{-1/2} \tag{14}$$

Template の少ない Targeted search ならこれぐらいはできるということ。

Incoherent search(例えば Hough transform[15]) では False alarm rate 1%, False dismissal rate 10 %, F statistic, targeted search σ sensitivity は

$$< h_0 > = \frac{8.92}{N^{1/4}} \sqrt{\frac{S_n(f)}{T_{\rm coh}}}$$
 (15)

$$\simeq 7 \times 10^{-26} \left(\frac{N}{365}\right)^{-1/4} \left(\frac{\sqrt{S_n(f)}}{10^{-23}}\right) \left(\frac{T_{\rm coh}}{1\,{\rm day}}\right)^{-1/2} \quad (16)$$

ここでNは coherent integration をするセグメントの数 (stack slide なら stack するセグメントの数)。

実際にはテンプレートの数が多すぎて1年間もの coherent all-sky widefrequency-range spin-down-parameters search はできない (Sec. B.2.1参照)。 Blind search では Incoherent search (短時間の coherent search の結果を incoherent に足し合わせる search。LSC では Hough, Stack-Slide, Power-Flux など)をすることになる。

Blind search では template の数に合わせて False dismissal rate を決める必 要がある。たとえば Template の数が 10^{12} 個もあると False dismissal rate 1%では Follow-up すべき Candidate event の数が 10^{10} 個にもなってしまって、 計算機能力にもよるが現実的では無い。False alarm rate α 、False dismissal rate β のとき [2]

$$< h_0 > = \frac{5.34 \mathcal{S}^{1/2}}{N^{1/4}} \sqrt{\frac{S_n(f)}{T_{\rm coh}}}$$
 (17)

$$\mathcal{S} = \operatorname{erfc}^{-1}(2\alpha) + \operatorname{erfc}^{-1}(2\beta).$$
(18)

E@H Early S5[4] では 30 時間 coherent 積分、840 時間 incoherent 積分 (N=28) で120 Hz 付近で 2×10^{-24} (90% detection probability)。

B.2 All-sky wide-frequency-band search

B.2.1 Coherent search

パルサーの位置は、Doppler phase modulation

$$f(t) = f_0 \left(1 + \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c} \right) \tag{19}$$

における周波数シフト $\Delta f = f_0 \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c}$ に影響を与える。逆にシフトが周波数分 解能以上 $(1/t_{obs})$ であるような空の二つの方向は分解でき、これでパルサー の位置を決定できる。 $\vec{v} \cdot \vec{n} \sim v \sin(\omega t) \sim v \omega t$ より (Eq. (7.151) of [17])

$$\Delta \theta < \frac{1}{f_0(v_{orb}/c)\omega_{orb}t_{\rm orb}^2}$$

$$\simeq 0.1 \text{arcseconds} \left(\frac{10^7 \text{s}}{t_{\rm obs}}\right)^2 \left(\frac{1 \text{kHz}}{f}\right)$$
(20)

逆に $\Delta \theta$ 以上異なる 2 つの方向からの重力波は Doppler modulation によって 位相が大きくずれる。したがって、位置についてのテンプレート数は、

$$\mathcal{N}_{\rm sky} = 4\pi f_{\rm max}^2 \left(\frac{v_{\rm orb}}{c}\right)^2 \omega_{orb}^2 t_{\rm orb}^4$$
$$\sim 10^{14} \left(\frac{f_{\rm max}}{1.5 \rm kHz}\right)^2 \left(\frac{t_{\rm obs}}{10^7 \rm s}\right)^4 \tag{21}$$

 $2f_{\max}t_{obs} = 3 \times 10^{10}(f_{\max}/1.5 \text{kHz})(t_{obs}/10^7 \text{s})$ 点のデータ (240Gbyte) を FFT するのに TFLOPS 計算機で1秒。 10^{14} 点の sky grid を探索すると 10^7 yr。 これにさらにスピンダウンパラメータの探索で数倍の時間がかかる。

したがって、All-sky coherent search で長時間積分は不可能。この結論は metric を使った計算でも変わらない。Optimal な方法はおそらく以下のよう になる。例えば1年間のデータを1日程度のデータセグメントに分けて、それ ぞれのセグメントで all-sky coherent search をおこない、これを incoherent に1年間積分する。Incoherent search で得た候補天体について探索パラメー 夕領域を制限して Coherent な follow-up をおこなう。

B.2.2 Incoherent search

E@H のように coherent search を参加者のホスト計算機にしてもらい Incoherent search をサーバー側でおこなう場合、計算量は比較的少なくてすむ。 Incoherent search method として stack slide をとる。計算量は [9]

$$3f_{\max}T_{\cosh}(N-1)N_p(T_{\cosh},\mu_{\max},N)$$
(22)

ここで、Nは stack するセグメントの数、 T_{coh} はセグメントの長さ、 μ_{max} は maximal mismatch。 SNR²は mismatch 分だけ減る:

$$\eta = (1 - \mu_{\max}) \frac{4}{25} \frac{h_0^2 T}{S_n(f)}$$
(23)

(ただし、template gridd が cubic lattice のとき平均の loss は $1 - \mu_{\text{max}}$ では なく $1 - \mu_{\text{max}}/3$ 。)

1年ちかい incoherent 積分をしたときのテンプレート数を数えた論文は見 当たらない。1年間より十分短い場合は metric を使った計算がある [9]。大雑 把に言って [2]

$$\delta f = \frac{1}{T_{\rm coh}} \tag{24}$$

$$\delta \dot{f} = \frac{\delta f}{t_{\rm obs}} = \frac{1}{T_{\rm coh} t_{\rm obs}} \tag{25}$$

$$\delta\theta = \frac{c}{v}\frac{\delta f}{f} \tag{26}$$

とすると

$$N_p \sim \frac{\Delta f}{\delta f} \frac{\Delta \dot{f}}{\delta \dot{f}} \frac{4\pi}{(\delta \theta)^2}$$
 (27)

なので、coherent search に比べて $(T_{\rm coh}/t_{\rm obs})^4 = 1/N^4$ (N は stack の数) だ け少ない template 数になる。 $N \sim 100$ として coherent search だと $10^7 \times N_{\rm spin-down}$ yr だけかかったものが、incoherent search を使うと $0.01 \times N_{\rm spin-down}$ yr だけかかることになる。

LSC S2 Hough[2] では minimum spin down age を ~ 10⁴ years とし、30 分長 SFT を約1000個使用したときテンプレートの数は ~ 10⁹ 個 (200-400Hz)。計算量は

$$8 \times 10^{17} \left(\frac{f_{\text{max}}}{400 \text{Hz}}\right) \left(\frac{t_{\text{obs}}}{2 \times 10^6 \text{s}}\right) \left(\frac{N_p}{10^9}\right)$$
(28)

10GFLOPSの計算機100台(total 1TFLOPS)で1週間程度(これは overestimate で低周波数ではテンプレートは少ないため、実際はもっと速く終 わった)。

C Einstein@Home についてのメモ

C.1 E@H current configuration

Early S5 では total 840 時間のデータを使っている。840 時間を 28 個の 30 時間セグメントにわける。各セグメントを E@H 参加者が F statistic(JKS[14]) を使って all-sky wide-frequency-band spindown parameter coherent search をおこなう。結果は University of Wisconsin-Milwaukee にあるサーバー(と AEI などにあるミラーサーバー)で集める。結果を incoherent に足し合わ せる。

C.2 E@H データ量

倍精度:8byte。周波数 f_{max} までの探索には $2f_{max}$ Hz までのデータが必要で観測時間を t_{obs} とするとデータ量は $8byte \times 2f_{max}t_{obs}$

$$757 \text{Gbyte}\left(\frac{f_{\text{max}}}{1.5 \text{kHz}}\right) \left(\frac{t_{\text{obs}}}{3.1536 \times 10^7 \text{s}}\right)$$
(29)

-つのファイルサーバーは一回の science run について 3Tbyte(time domain/frequency domain/結果) 程度は必要。

E@H のように $T_{SFT} = 30$ 分の Short Fourier Transform (SFT) を作成する なら 1SFT ファイルあたり

43.2Mbyte
$$\left(\frac{f_{\text{max}}}{1.5\text{kHz}}\right) \left(\frac{T_{\text{SFT}}}{1800\text{s}}\right)$$
 (30)

現在の E@H は周波数帯域を区切った SFT ファイル M 個をユーザーに送信している。ホストは受け取った帯域内で位置・スピンダウンパラメーター template について Coherent search をおこなう。このとき、各ホストがおこ なう計算時間がおなじぐらいになるように周波数帯域幅を決めている。 SFT ファイル $M = T_{\rm coh}/T_{\rm SFT}$ 、周波数帯域幅 Δf のデータ量 2×8 byte× $M\Delta fT_{\rm SFT}$

1kbyte
$$\left(\frac{M}{60}\right) \left(\frac{T_{\rm SFT}}{1800 {\rm s}}\right) \left(\frac{\Delta f}{6 \times 10^{-4} {\rm Hz}}\right)$$
 (31)

ただし、コヒーレント積分時間を $T_{coh} = 30$ hとし、帯域幅は地球自転による Doppler modulation 幅の 3 倍にをとった。SFT ファイルに加えてサー チコード (~1kbyte)、地球自転・公転の ephemeris ファイル、サーチパラメー タファイルを圧縮して送る。

E@H Early S5 では 1 0 0 0 個の候補 event をサーバーに戻す。各候補は 5 つの値で特徴付けられる (right ascension, declination, f, \dot{f}, F)、 $5 \times 1000 \times 8 =$ 40kbyte。(detection statistic *F* については JKS[14] 参照。)

10 万台 (http://einstein.phys.uwm.edu/server_status.php) のホス ト計算機が活動。一つのワークユニットは、1日から1週間で作業を終えら れるように設計している。40kbyte $\times 10^5/1$ d = 50kbyte/s のネットワークト ラフィック。ただしデータ量は設定する false dismissal にもよる。参加国は2 00国にものぼるので、参加者側のネットワークの状況を考える必要あり。

結果のチェックのため、同一のテンプレートに対して3回(S4)もしくは2 回(Early S5)同じ計算を異なるホストにしてもらう。

3 日で 20Hz 分の探索が終わるとすると、1.5kHz 探索に225日かかる。 これにさらに重力波振幅の upper limit を決めるなら Monte Carlo が必要。

C.3 計算機速度

- Core 2 Quad. 102.4GFLOPS (QX9775) (wikipedia)
- Einstein@Home 190 TFLOPS (2009 July 11) (http://einstein.phys.uwm.edu/)

C.4 E@H の仕事

C.4.1 Code preparation

コードは LSC Continuous Wave Upper Limit (CWUL) group が使っていた lalapps_ComputeFstatistic がベース。このコードは主にテンプレート グリッド生成・F statistic の計算をおこなう。

Windows/mac/linux などの OS また CPU の違い (Intel AMD x86/IBM Power etc) に対応する必要がある (endian の問題など)。スクリーンセーバー など incentive の開発、参加者が計算機を使用したらメモリ上のコードとデー 夕を HDD に退避させるようにする設計など細かいこと多数。

C.4.2 SFT

現在の E@H では SFT は 30 分長 (~ 45Mbyte)。 $f_{\text{max}} = 2\text{kHz}$ とするとデー タ点数は $N_d = 2 \times 2000$ Hz × 1800s = 7.2×10^6 で、計算量は $3N_d \log_2 N_d = 5 \times 10^8$ 。 1 年間で SFT の数は M = 1yr/20min = 17520 より、総計算量 は 10^{13} 。100GFlops の計算機なら 100 seconds。多分ファイル I/O のほうが 重要。

F statistic はノイズパワースペクトラムで規格化した量なので、SFT の 絶対値にはよらない。つまり検出器の感度は参加者に知らせる必要は無い。 LSC-E@H では参加者には適当に再規格化した SFT を配布している。参加者 がデータを見て検出器の感度を知ることはできないようにしている。

C.4.3 Data preparation

Server 側で wok-unit generator が band limited SFT を生成、search parameter file, ephemeris file, template grid file を圧縮してホストに送る。

C.4.4 Coherent search

ホストが計算。E@H S3 当時の coherent integration コードは FFT を使っ ていなかったため (F statistic の計算に $n \log n$ ではなく、 n^2 の計算をしてい た)、計算量は一つのテンプレートあたり、 6 4 0 M 浮動小数点演算 (ここ で M は SFT file の数。30 分 SFT で 30 時間 coherent 積分なら M=60)。

Krishnan らの metric based の評価 ([6]LIGO-T080340) によると sky grid の数は

$$N_{\rm sky} = 0.1 \left(\frac{T_{\rm coh}}{1\rm h}\right)^{2.41} \left(\frac{f}{100\rm Hz}\right)^2 \left(\frac{0.5}{m}\right) \tag{32}$$

これは $T_{\rm coh} = 30$ 時間、f = 100 Hz で 1000 ぐらい。スピンダウンパラメータの数は周波数帯域 Δf 、スピンダウンパラメータ Δf Hz/s をサーチするとして、

$$N_{\rm spindown} = \frac{\pi^2 \Delta f \Delta \dot{f}}{24\sqrt{15m}} T_{\rm coh}^3 \tag{33}$$

ただし、 $\mu_{\text{max}} \simeq 1.25m$ は maximal mismatch。

$$\eta = (1 - \mu_{\max}) \frac{4}{25} \frac{h_0^2 T}{S_n(f)}$$
(34)

(ただし、template gridd が cubic lattice のとき平均の loss は $1 - \mu_{\text{max}}$ では なく $1 - \mu_{\text{max}}/3$ 。)

E@H S4 Revision 2 では各 work unit は ~ 3×10^8 程度のテンプレートに 対して 30 時間の coherent search をしている。 $640 \times 60 \times 3 \times 10^8 = 12 \times 10^{12}$ Floating Point Operations。100MFLOPS の計算機なら 30 時間。

C.4.5 Results validator

計算結果の sanity check (file corruption、参加者が勝手に「重力波」を入れていないかどうかのチェック、など)。同じデータを複数の人に解析してもらい、結果の一致をチェックするのが基本。

C.4.6 Post-processing

 $Implementation \ dependent_{\bullet}$

E@HS3 では 2GHz/2Gbyte memory の計算機で1時間程度で全データ解析 可能。重力波振幅の Upper limit を決めるのに Monte carlo が必要。例えば S2 では 1Hz band ごとに 5000 回の software signal injection を20の異なる重力 波振幅でおこなっている。S2 では $f_{max} = 1.5$ kHz まで 10 時間のデータを作成 し、upper limit を求めるのに当時のコードで2週間かかった。当時は software signal generation を time domain でやっていたためが非常に時間がかかった。 frequency domain でやれば時間は短縮できるはず (Greg. Mendall がコード を作っていたのでおそらく現在は frequency domain で signal generation を している)。

Early S5 までの E@H のように帯域幅を制限したファイルをホストに解析 してもらう場合、FFT を使った方がよいのかどうかは不明。

C.5 LSC computing cluster

LSC はデータ解析のための計算機クラスターを UWM,AEI,Birmingham などに持つ。Upper limit を決めるための Monte carlo などに必要。E@H ホストに Monte Carlo もやってもらうなら不要。

Morgane cluster (AEI:http://gw.aei.mpg.de/) specification

- * Master nodes:
 - o dual-core Opteron 185
 - o 2 GB RAM
 - o 160 GB RAID-1 system disk
 - o 2 Gigabit ethernet interfaces (public and private network)
- * Compute nodes:
 - o dual-core Opteron 185
 - o 2 GB RAM
 - o 160 GB system and scratch disk
 - o Gigabit ethernet interface (private network)
- * Storage servers:
 - o dual-core Opteron 185
 - o 2 GB RAM
 - o Areca-1160 RAID controller

o 16*500 GB disks in RAID-6 configuration o two volumes: one small for system & scratch, one large (6.8 TB) for data storage which will be combined into one large namespace using a "parallel" or "cluster file system"

The total computing power of the 1230 CPU cores has been estimated to be more than 6 Tflops peak, the data storage capacity is about 100 TB.

C.6 電気代

個人用ワークステーションの電源は 1kW クラス。常時稼働として年間約 20万円。ファイルサーバー (x2) とバックアップサーバーで計 4 台。これに 加えて冷房代。

C.7 E@H サーバーの仕事

web server (宣伝、参加者の登録、結果報告), BOINC server, work-unit generator, result validator (ホストから戻ってきた結果ファイルが正しいか どうかをチェック) など。

C.8 E@H server specification

unknown.

参考文献

- B. Abbott et al. Setting upper limits on the strength of periodic gravitational waves using the first science data from the GEO 600 and LIGO detectors. *Phys. Rev.*, D69:082004, 2004.
- [2] B. Abbott et al. First all-sky upper limits from LIGO on the strength of periodic gravitational waves using the Hough transform. *Phys. Rev.*, D72:102004, 2005.
- [3] B. Abbott et al. Coherent searches for periodic gravitational waves from unknown isolated sources and Scorpius X-1: Results from the second LIGO science run. *Phys. Rev.*, D76:082001, 2007.
- [4] B. Abbott et al. All-sky LIGO Search for Periodic Gravitational Waves in the Early S5 Data. *Phys. Rev. Lett.*, 102:111102, 2009.

- [5] T. Akutsu, M. Ando, T. Haruyama, N. Kanda, K. Kuroda, S. Miyoki, M. Ohashi, Y. Saito, N. Sato, T. Shintomi, T. Suzuki, H. Tagoshi, H. Takahashi, D. Tatsumi, S. Telada, T. Tomaru, T. Uchiyama, A. Yamamoto, and K. Yamamoto. Search for continuous gravitational waves from PSR J0835-4510 using CLIO data. *Classical and Quantum Gravity*, 25(18):184013-+, September 2008.
- [6] R. Prix B. Krishnan, B. J. Owen and A. M. Sintes. Searching for isolated pulsars using Einstein@Home. *LIGO Technical document*, T080340, 2008.
- [7] P. R. Brady and T. Creighton. Searching for periodic sources with LIGO. II. Hierarchical searches. *Phys. Rev. D.*, 61(8):082001-+, April 2000.
- [8] P. R. Brady, T. Creighton, C. Cutler, and B. F. Schutz. Searching for periodic sources with LIGO. *Phys. Rev. D.*, 57:2101–2116, February 1998.
- [9] Patrick R. Brady and Teviet Creighton. Searching for periodic sources with LIGO. II: Hierarchical searches. *Phys. Rev.*, D61:082001, 2000.
- [10] Curt Cutler. Gravitational waves from neutron stars with large toroidal B-fields. *Phys. Rev.*, D66:084025, 2002.
- [11] Curt Cutler, Iraj Gholami, and Badri Krishnan. Improved stack-slide searches for gravitational-wave pulsars. *Phys. Rev.*, D72:042004, 2005.
- [12] Koji Ishidoshiro. Search for low-frequency gravitational waves using a superconducting magnetically-leviated torsion antenna. Ph.D thesis, Tokyo University: Tokyo, Japan, 2010.
- [13] P. Jaranowski and A. Królak. Analysis of Gravitational-Wave Data. Cambridge University Press: Cambridge, United Kingdom, 2009.
- [14] P. Jaranowski, A. Królak, and B. F. Schutz. Data analysis of gravitational-wave signals from spinning neutron stars: The signal and its detection. *Phys. Rev. D.*, 58(6):063001-+, September 1998.
- [15] Badri Krishnan et al. The Hough transform search for continuous gravitational waves. *Phys. Rev.*, D70:082001, 2004.
- [16] D. R. Lorimer and M. Kramer. Handbook of Pulsar Astronomy. Cambridge University Press: Cambridge, United Kingdom, 2005.
- [17] Michele Maggiore. Gravitational Waves. Vol. 1: Theory and Experiments. Oxford University Press, 2007.

- [18] Benjamin J. Owen. Maximum elastic deformations of compact stars with exotic equations of state. *Phys. Rev. Lett.*, 95:211101, 2005.
- [19] K. Soida, M. Ando, N. Kanda, H. Tagoshi, D. Tatsumi, K. Tsubono, and the TAMA Collaboration. Search for continuous gravitational waves from the SN1987A remnant using TAMA300 data. *Classical and Quantum Gravity*, 20:645-+, September 2003.
- [20] Greg Ushomirsky, Curt Cutler, and Lars Bildsten. Deformations of accreting neutron star crusts and gravitational wave emission. Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 319:902, 2000.