Hilbert-Huang Transform を用いた重力波解析

新潟大学　金山 雅人

大原 謙一，高橋 弘毅　平沼 悠太，Jordan B. Camp

detchar meeting

2013年 6月 25日

Introduction

Hilbert-Huang Transform (HHT)

N. E. Huang *et. al*. (1996)
N. E. Huang *et. al*. (1998)
N. E. Huang *et. al*. (1999)

- 振動するSignalを含む時系列データに対する新しい解析法
- 従来の解析法に比べ，高い時間-周波数分解能をもつ
  非定常な時系列データも解析可
- 多くの分野で適用
  生化学，画像処理，地球物理学
- 重力波テンプレートは要らない
- 重力波解析への応用

J. B. Camp *et. al*. (2007)
A. Stroeer *et. al*. (2009), (2011)
H. Takahashi *et. al*. (2013)

Hilbert-Huang Transform (HHT)

HHT

Empirical Mode Decomposition (EMD)

- Time-Frequency decomposition
- High pass filter

data = $\sum$ Intrinsic Mode Functions (IMFs) + residual

Hilbert Spectral Analysis (HSA)

- IMFsのHilbert変換

⇒ 振幅 $A = A(t)$

振動数 $f = f(t)$

Hilbert Spectrum Analysis (HSA)

Hilbert変換

$$v(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t')}{t - t'} dt'$$

P: Cauchyの主値

$u(t)$ が複素関数の実軸上の実部なら,

$$u(t) + iv(t) = a(t) e^{i\theta(t)}$$

$$\theta(t) = \tan^{-1}\left(\frac{v(t)}{u(t)}\right)$$

Instantaneous Amplitude (IA)

$$a(t) = \sqrt{u(t)^2 + v(t)^2}$$

Instantaneous Frequency (IF)

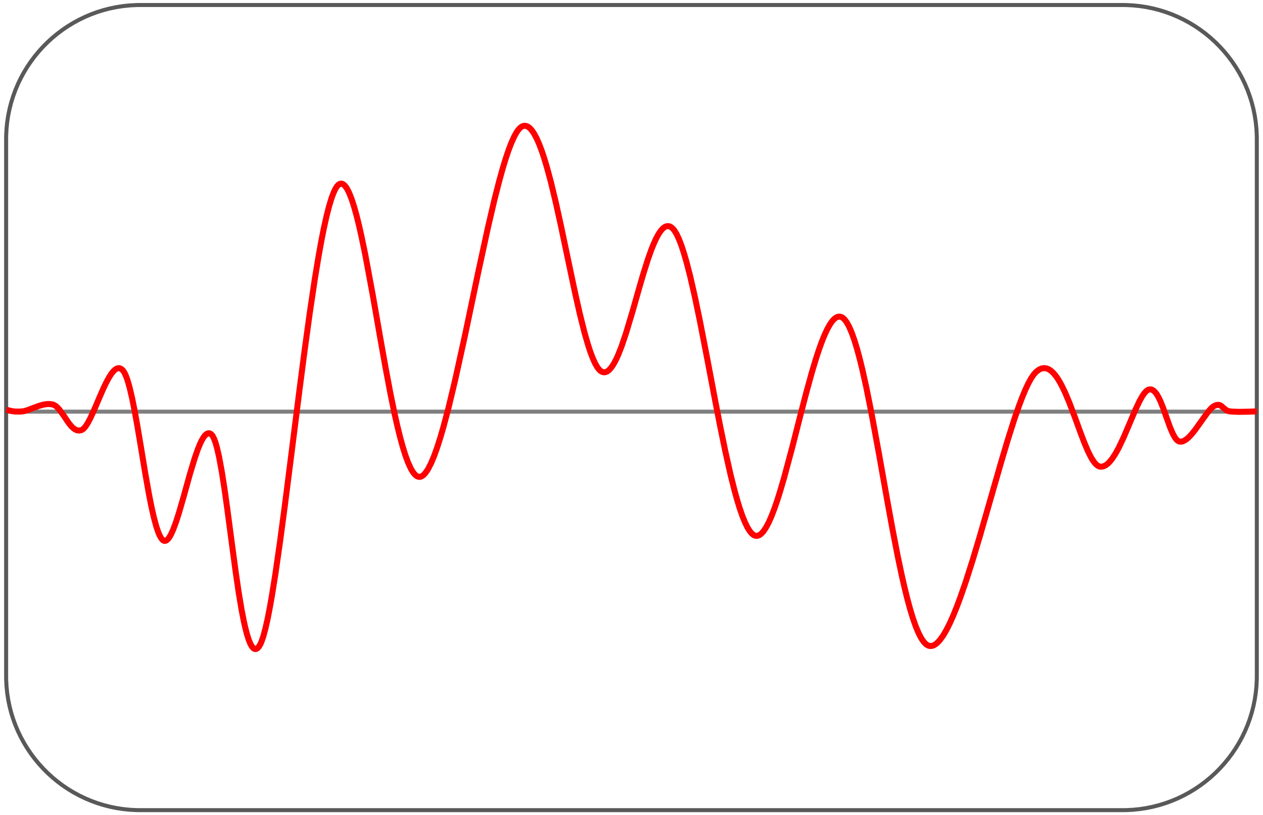
$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}$$

物理的に意味のあるIA, IFを得るための条件

- (Zero crossingの数) − (極値の数) = 0 or ±1
- 極大値を結んだenvelopeと極小値を結んだenvelopeの平均が0

Empirical Mode Decomposition (EMD)

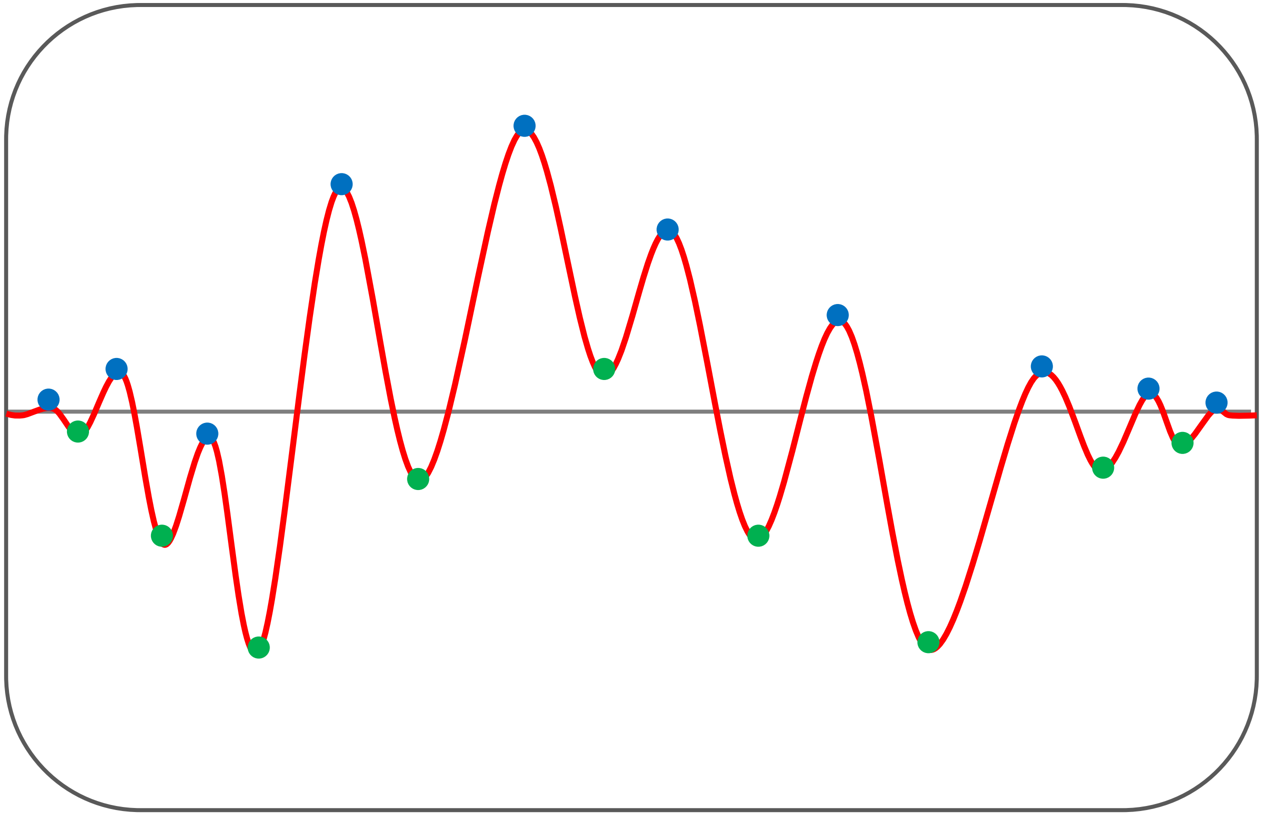
① データ $y(t_i) = x(t_i)$



$y(t_i)$：赤線

Empirical Mode Decomposition (EMD)

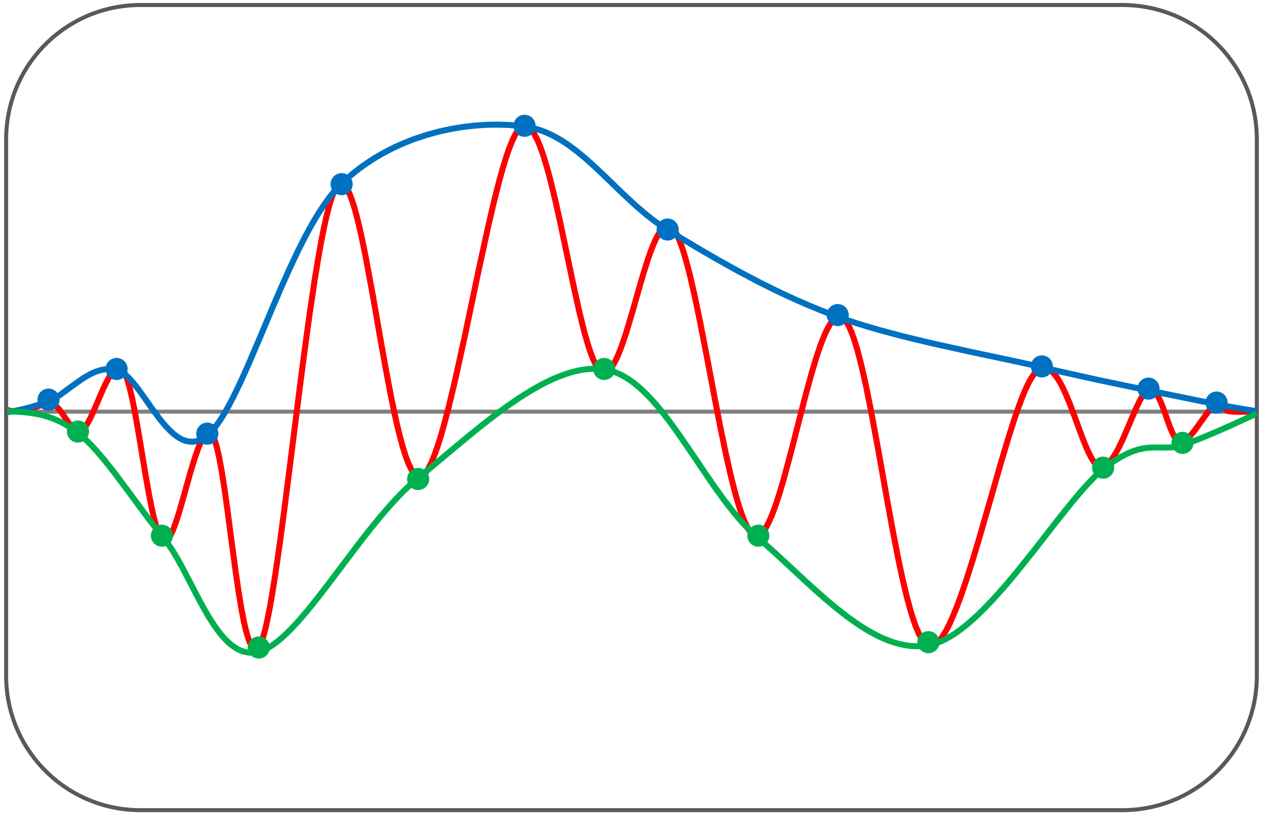
② 極大値，極小値を求める



y (tᵢ)：赤線

Empirical Mode Decomposition (EMD)

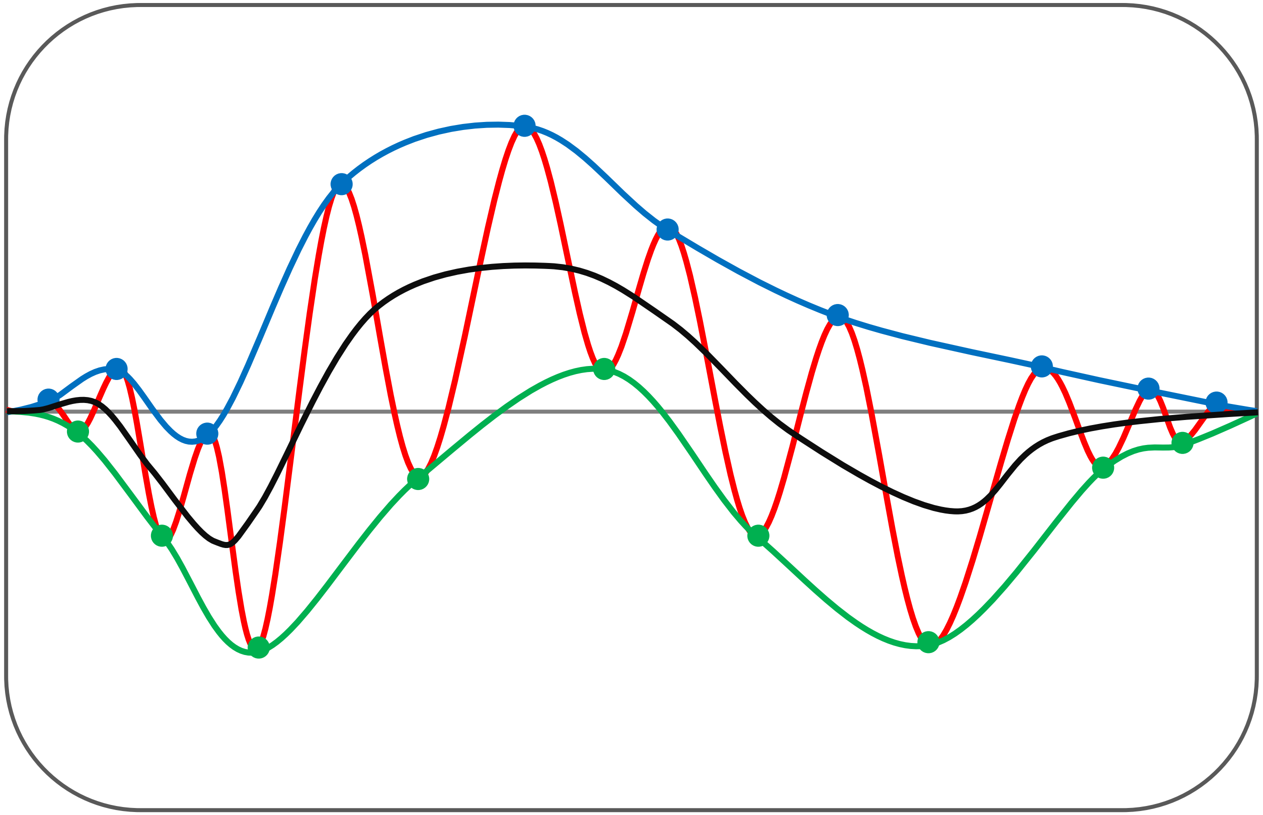
③ 極大値(極小値)を結ぶ upper (lower) envelopeを引く



$y(t_i)$：赤線

Empirical Mode Decomposition (EMD)

④ upper envelopeとlower envelopeの平均 $m(t_i)$を求める

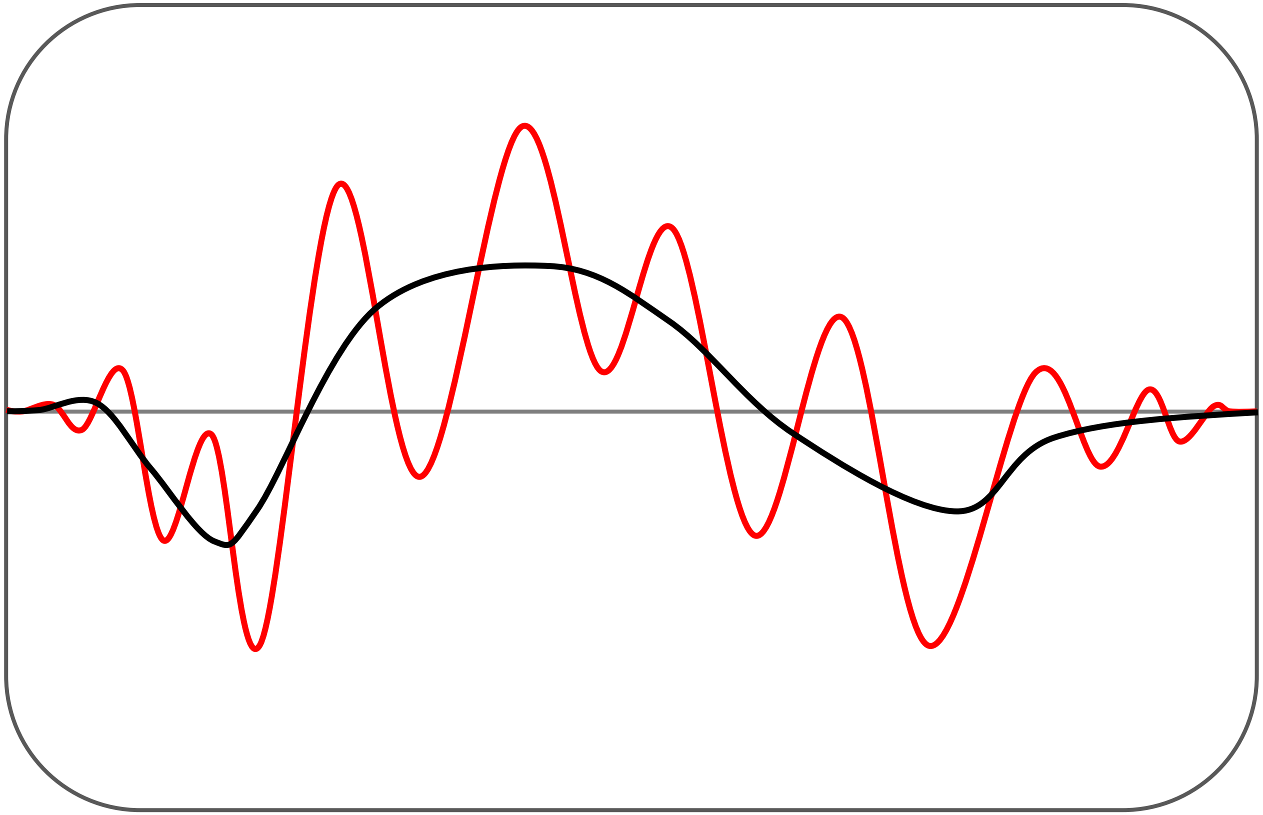


$y(t_i)$： 赤線

$m(t_i)$： 黒線

Empirical Mode Decomposition (EMD)

④ upper envelopeとlower envelopeの平均 $m(t_i)$を求める

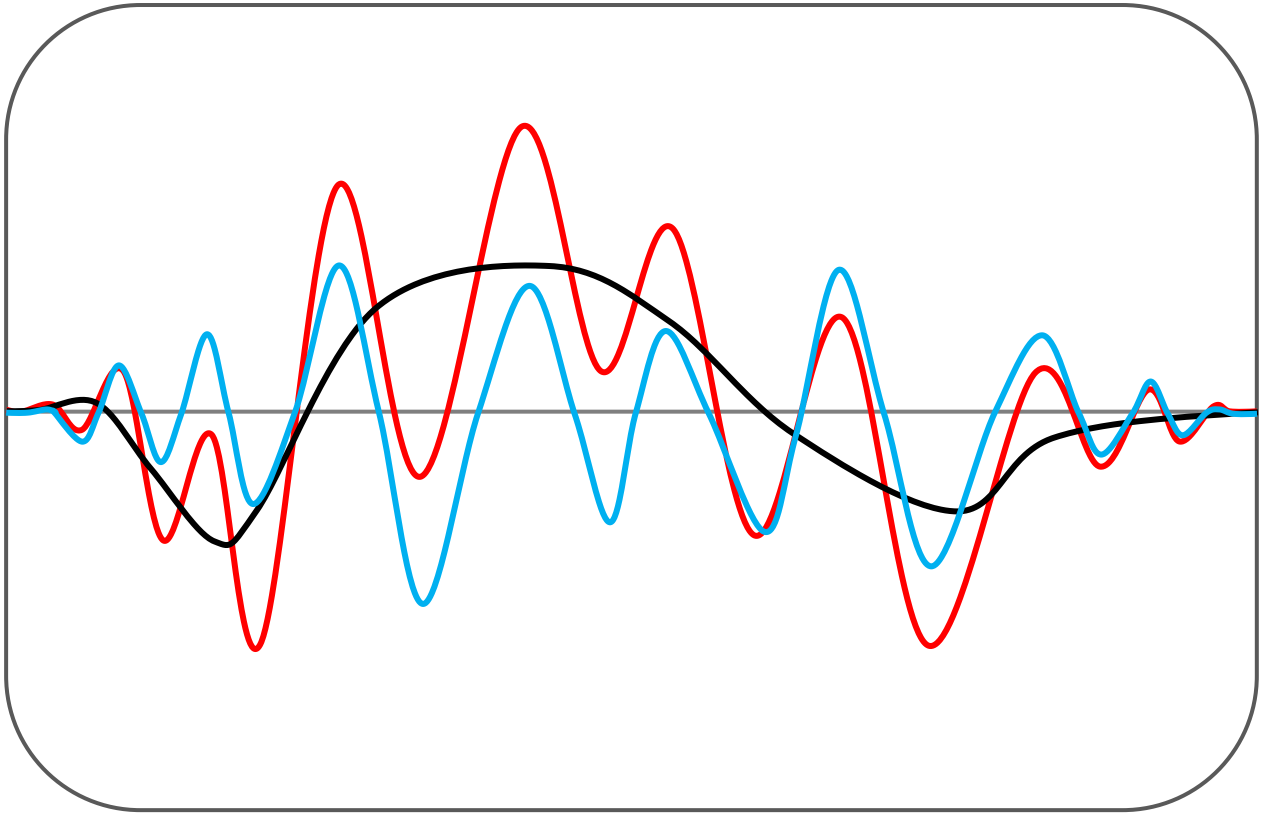


$y(t_i)$： 赤線

$m(t_i)$： 黒線

Empirical Mode Decomposition (EMD)

⑤ データ $y(t_i)$ から，envelopeの平均 $m(t_i)$ を引く



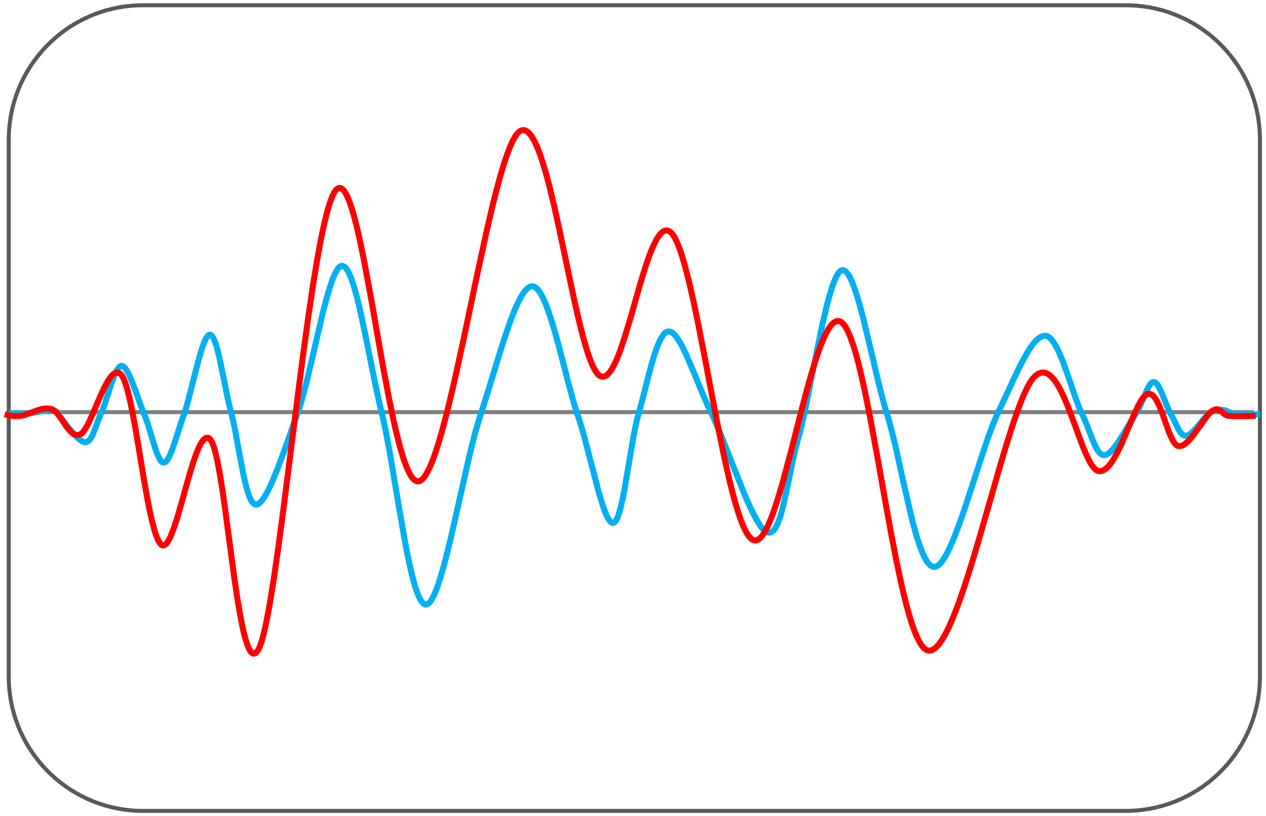
$y(t_i)$：赤線

$m(t_i)$：黒線

$y(t_i)-m(t_i)$：青線

Empirical Mode Decomposition (EMD)

⑥ 収束条件を満たすまで，②-⑥をloopする
満たしたら，$y(t_i)$をIMFとし，
$x(t_i) - y(t_i)$を $x(t_i)$として，①に戻る



収束条件

$$\frac{\sum_i |m(t_i)|}{\sum_i |y(t_i)|} < \varepsilon$$

ε: パラメータ

Ensemble EMD (EEMD)

N. E. Huang *et. al*. (2008)

Mode mixingを抑えるために，

(1) データにwhite noiseを足す

(2) EMDでIMFに分解する

(3) 異なるwhite noiseを用いて，(1),(2)を繰り返し行い
アンサンブルをつくる

(4) 各IMFで，アンサンブル平均をとる

⇩

(4)で得たIMFについて，HSA

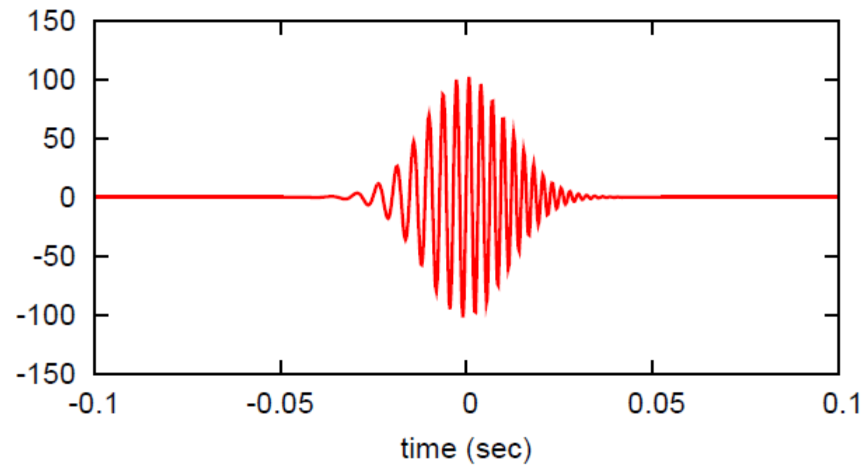
Data

- **sine-Gauss signal**

$$h(t) = a \exp[-(t/\tau)^2] \sin(\theta(t))$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta(t)}{dt} = 300(1 + 16t)\ \mathrm{Hz}$$

$\tau = 0.016$ s $a =$ const.



- **AdvLIGO Noise**

- **Sampling frequency** = 4096 Hz

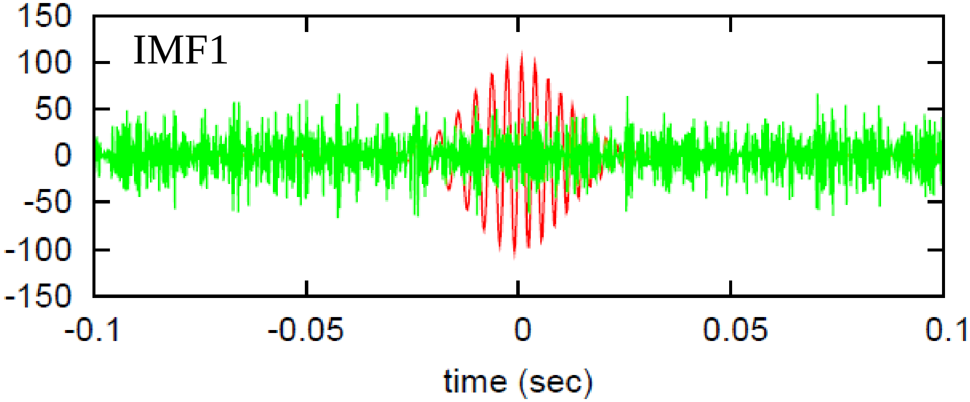
- **Signal-to-noise ratio**

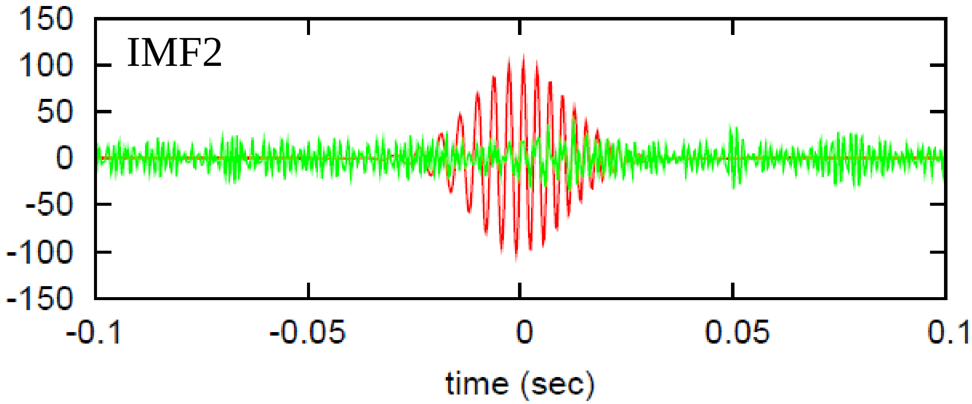
$$\mathrm{SNR} = \frac{\sqrt{\Sigma_i h_i^2}}{\sigma_n}$$

IMF 1,2

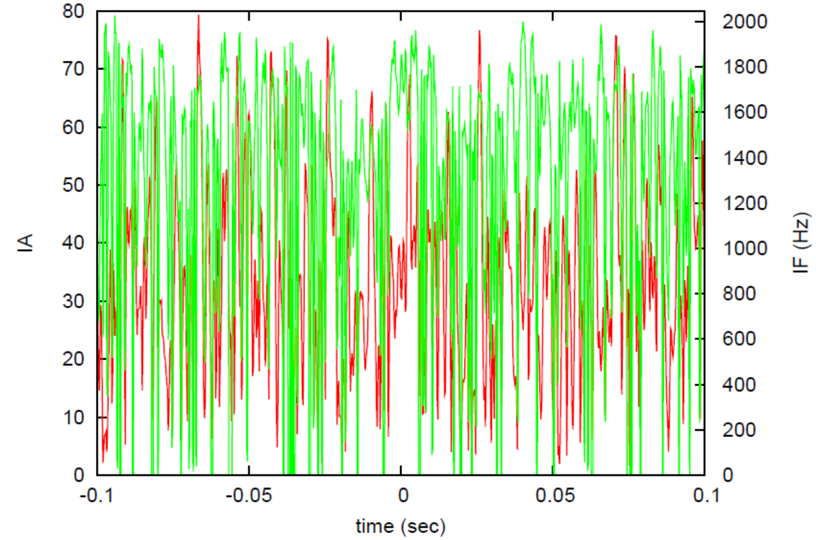
赤：IA
緑：IF

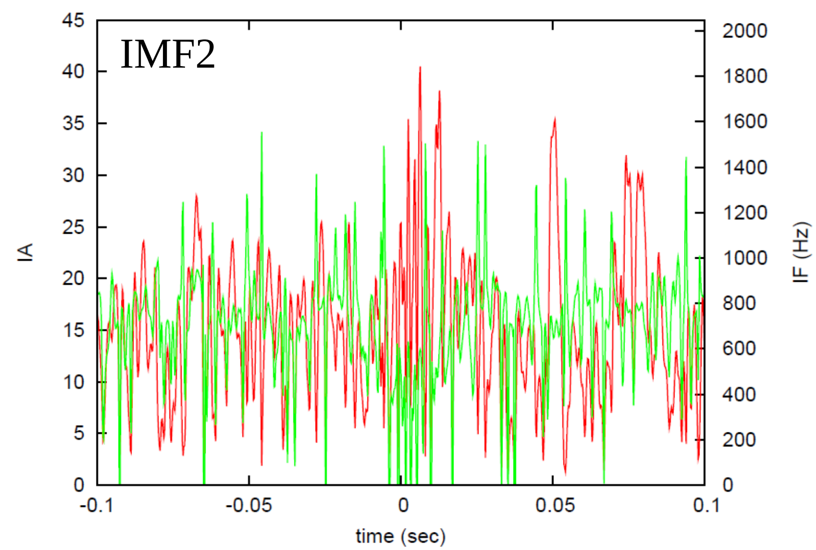
SNR = 10





IMF1

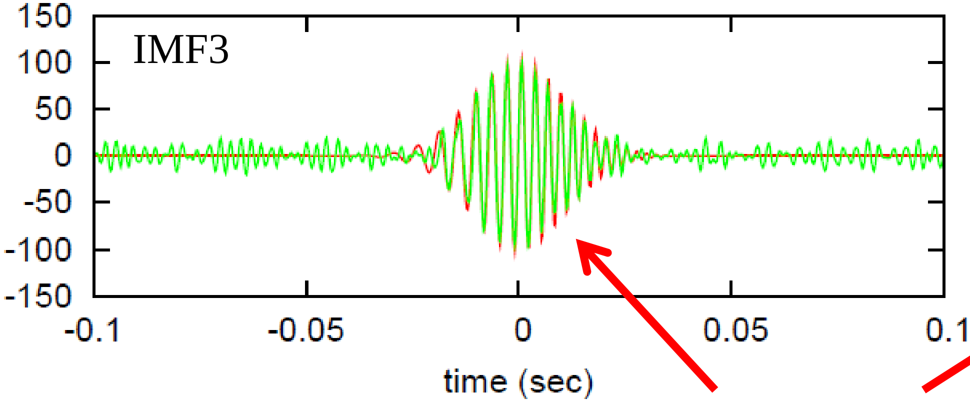


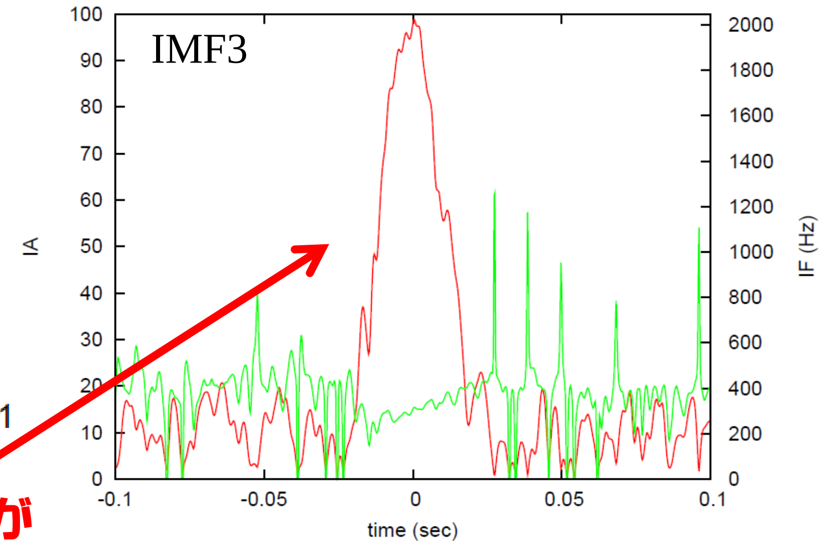


IMF3,4

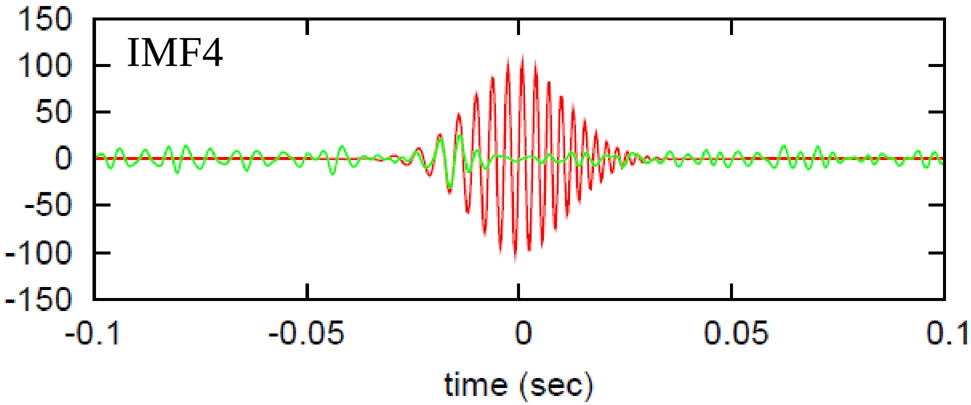
赤：IA
緑：IF

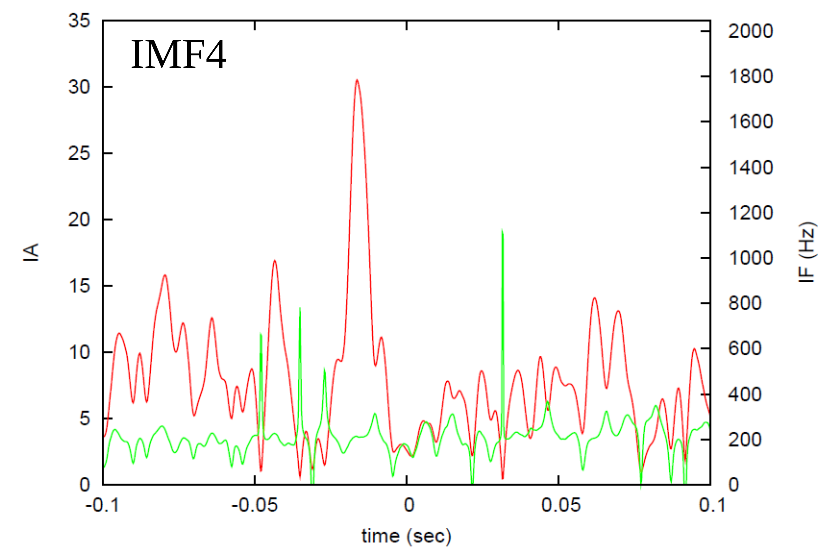
SNR = 10





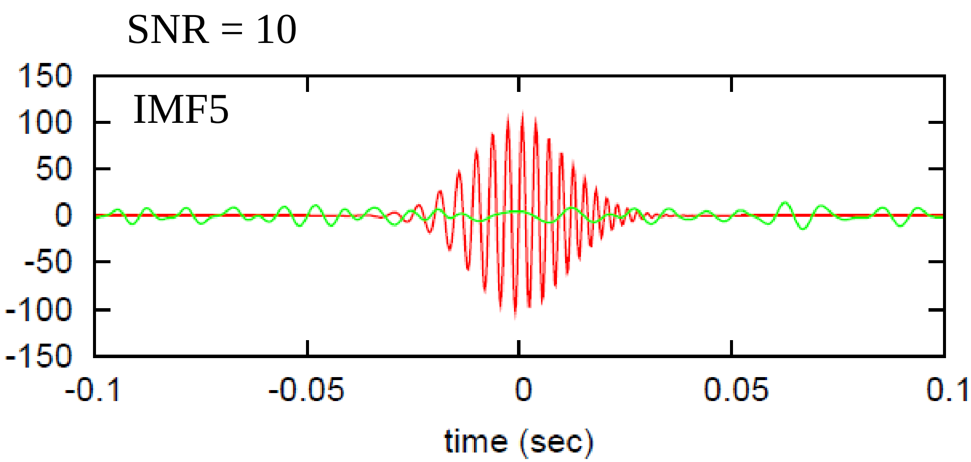
IMF3にSignalが
出てくる

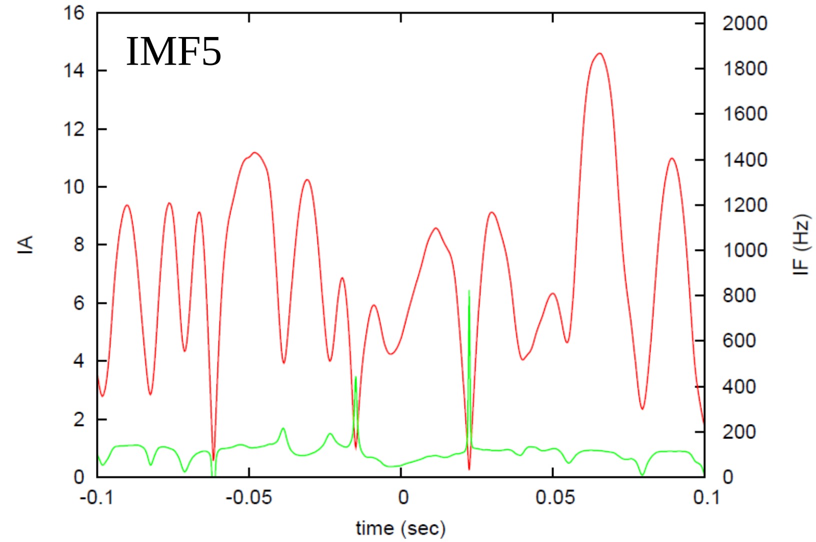


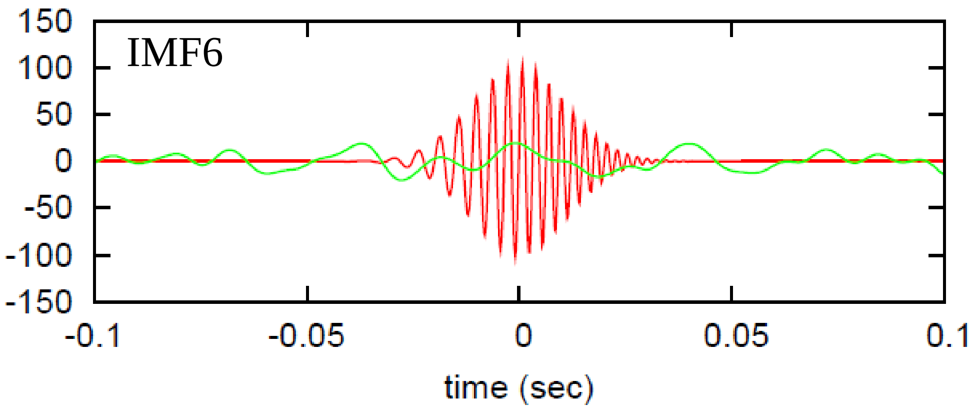


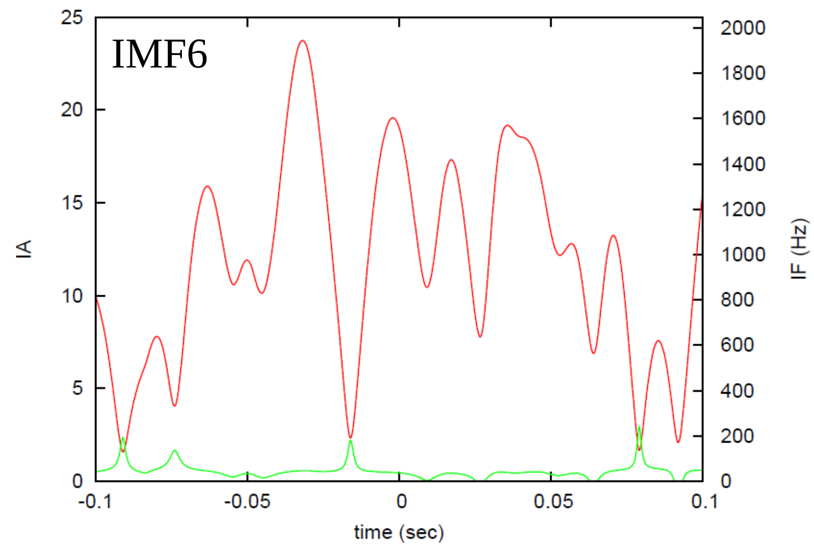
IMF5,6

赤：IA
緑：IF

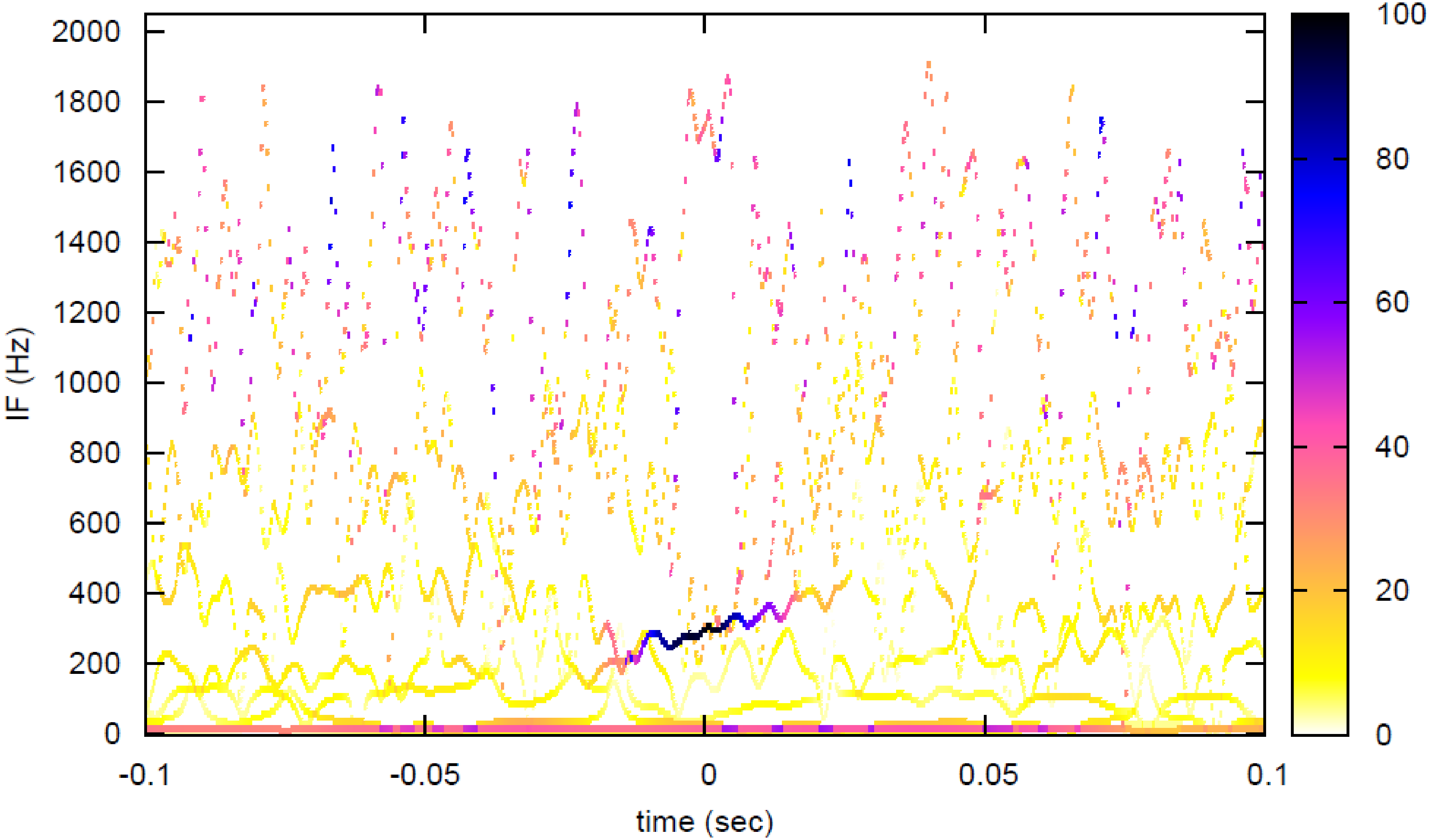








Time-Frequency Map



Detector characterization

グリッチのcharacterization?

多チャンネルのイベントトリガー？

まとめ

- Hilbert-Huang Transformについて
  - 基本的にEMD(時間-周波数分解)とHAS(Hilbert変換)
  - IAとIF

- Hilbert-Huang Transformは高い時間-周波数分解能を有するため, IAとIF(もしくはTime-Frequency Map)による詳細な解析が可能

- HHTをDetector characterizationに応用