

# オンサイト論文紹介 修正重力理論の検証

2019/4/26, 5/10

NAOJ, Tatsuki Washimi

# 概要

Gen Relativ Gravit (2018) 50:46  
<https://doi.org/10.1007/s10714-018-2362-8>



EDITOR'S CHOICE (REVIEW ARTICLE)

## Extreme gravity tests with gravitational waves from compact binary coalescences: (I) inspiral–merger

Emanuele Berti<sup>1</sup>  · Kent Yagi<sup>2</sup> · Nicolás Yunes<sup>3</sup>

**Abstract** The observation of the inspiral and merger of compact binaries by the LIGO/Virgo collaboration ushered in a new era in the study of strong-field gravity. We review current and future tests of strong gravity and of the Kerr paradigm with gravitational-wave interferometers, both within a theory-agnostic framework (the parametrized post-Einsteinian formalism) and in the context of specific modified theories of gravity (scalar–tensor, Einstein–dilaton–Gauss–Bonnet, dynamical Chern–Simons, Lorentz-violating, and extra dimensional theories). In this contribution we focus on (i) the information carried by the inspiral radiation, and (ii) ~~recent progress in numerical simulations of compact binary mergers in modified gravity.~~

【4/26】

- § 1. Introduction
- § 2. Modified theories of gravity

【5/10】

- § 3. Inspiral tests of modified gravity
- ~~§ 4. Merger tests of modified gravity~~
- § 5. Outlook and discussion

# § 1. Introduction

# 修正重力理論の動機と位置付け

## 一般相対論の問題点・限界

### 観測的側面

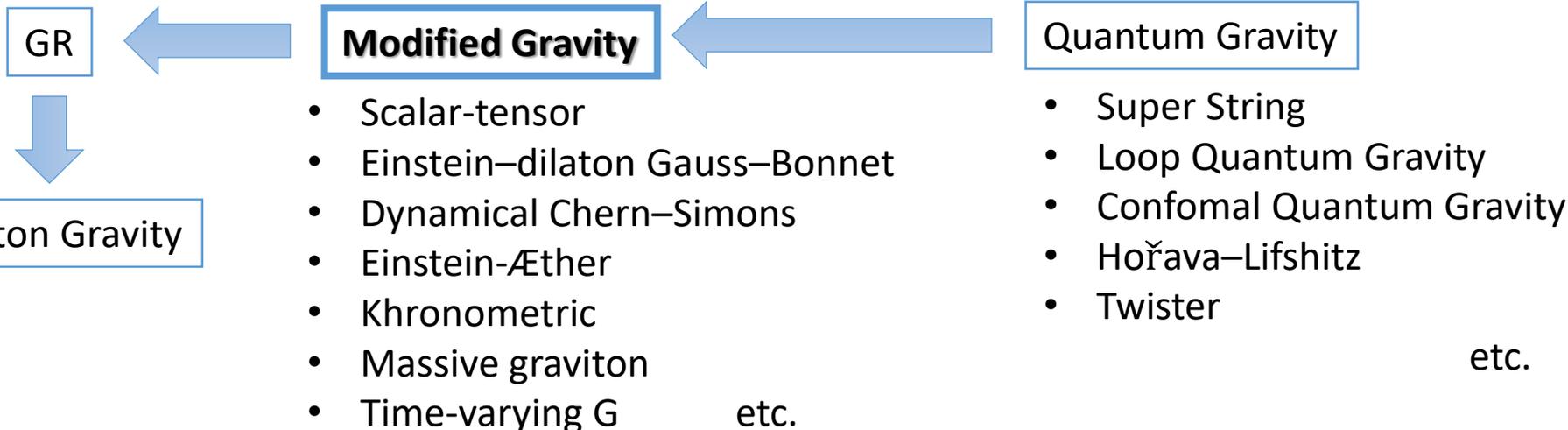
- Inflation
- Dark Energy
- Dark Matter
- Pioneer異常

### 理論的側面

- 特異点問題 (BH中心、宇宙誕生)
- 量子化
- 超大統一
- Fine tuning問題 (バリオン数、曲率、...)

## この論文における修正重力理論の位置付け

明示されてはいないが、それぞれの理論の説明を見る限り、  
"究極理論"(現時点で予言能力を持つものにはできていない)の  
有効理論として捉えられている



# 一般相対論の復習

## 一般相対論の指導原理

- Newton極限(静的弱場)でNewton重力を再現
- 時空は4次元連続体
- 一般相対性原理  
物理法則は一般座標変換で不変
  - 運動方程式はテンソルで記述される
- 強い等価原理  
全ての物理法則で自由落下系と無重力局所慣性系は等価
  - 重力は計量( $g_{\mu\nu}$ )のみで記述され、物質や他の場への影響は  $\eta_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu}$ ,  $d_\mu \rightarrow \nabla_\mu$  と置き換えるだけ(minimal coupling)

### c.f. 弱い等価原理

重力質量と慣性質量は等価

- 重力は $g_{\mu\nu}$ のみでなくてもよいが、物質や他の場への影響は  $\eta_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu}$ ,  $d_\mu \rightarrow \nabla_\mu$  と置き換えるだけ

## Einstein-Hilbert action

$$S_{\text{EH}} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda)$$

(以後、 $\Lambda=0$ )

## Einstein equation

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

# § 2. Modified theories of gravity

# § 2.1 Scalar-tensor 重力理論

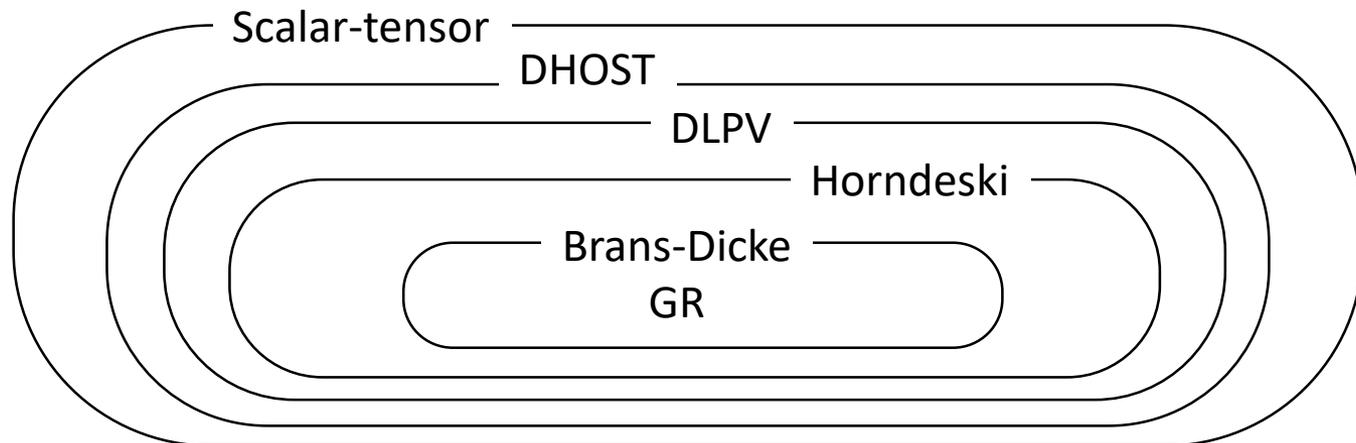
- 普通の重力(計量テンソル  $g_{\mu\nu}$ )に加え、スカラー重力( $\phi$ )を導入
- 他の物質や場(まとめて $\Psi$ と書く)は $g_{\mu\nu}$ のみと結合し、 $\phi$ とは結合しない(弱い等価原理)
- $\phi$ と $g_{\mu\nu}$ はnon-minimal coupling

$$S \sim \int d^4x \sqrt{-g} [\phi R + \mathcal{L}_\phi(\phi, \nabla_\mu, g_{\mu\nu}) + \mathcal{L}_M(\Psi, \nabla_\mu, g_{\mu\nu})]$$

- c.f. GR + SM + Singlet scalar DM

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{16\pi G} R + g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi^\dagger \partial_\nu \phi + V(\phi) + \mathcal{L}_{SM} \right]$$

- このような形は、余剰次元モデル(KK, String, ...)を4次元に射影したときによく現れる
- 宇宙論でインフレーションや再加速を議論するのに使える



# 補足 : Brans-Dicke理論

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \phi R - \frac{\omega}{\phi} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] + S_M[\Psi, g_{\mu\nu}] \quad (\text{Jordan-frame})$$

$$= \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g^*} [R^* - 2g^{*\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi] + S_M[\Psi, A^2(\phi)g_{\mu\nu}^*] \quad (\text{Einstein-frame})$$

- 1961年にC.Brans & R.H.Dicke が提唱 ([Phys. Rev. 124, 925](#))
- 最も簡単なscalar-tensor重力理論で、修正重力理論の雛形。教科書に出てくるレベル
- $\omega$ は定数。 $\omega \rightarrow \infty$ の極限で  $\partial_\mu \phi = 0, \phi = \text{const.}$  となり、GRに帰着する
- 万有引力定数が  $G = 1/\phi$  と場になり、時間変化する (Time-varying G)
- J系とE系は、共形変換で移り変わる

$$g_{\mu\nu}^* = A^{-2}(\phi)g_{\mu\nu} \quad \phi = (2\omega\phi)^{1/2} \quad A(\phi) = \phi^{-1/2} = (2\omega)^{1/2}/\phi$$

- E系での運動方程式は

計算ミスあるかも

$$G_{\mu\nu}^* = 2 \left( \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^* \partial_\sigma \phi \partial^\sigma \phi \right) + 8\pi T_{\mu\nu}^*$$

$$\square_{g^*} \phi = -4\pi \alpha(\phi) T^* \quad \alpha(\phi) \equiv d(\ln A(\phi))/d\phi = (3 + 2\omega)^{-1/2}$$

- $\alpha(\phi)$ が物質とスカラー場のcouplingの強さを表す

# § 2.1.1 Bergmann-Wagoner理論

Bergmann, P.G.: Int. J. Theor. [Phys. 1, 25 \(1968\)](#).

Wagoner, R.V.: [Phys. Rev. D 1, 3209 \(1970\)](#).

Jordan-frame

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \phi R - \frac{\omega(\phi)}{\phi} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - U(\phi) \right] + S_M[\Psi, g_{\mu\nu}]$$

Einstein-frame

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g^*} \left[ R^* - 2g^{*\mu\nu} (\partial_\mu \varphi) (\partial_\nu \varphi) - V(\varphi) \right] + S_M[\Psi, A^2(\varphi) g_{\mu\nu}^*]$$
$$g_{\mu\nu}^* = A^{-2}(\varphi) g_{\mu\nu} \quad \varphi = \varphi(\phi) \quad A(\varphi) = \phi^{-1/2} \quad V(\varphi) \equiv A^4(\varphi) U(\phi(\varphi))$$

- Brans-Dicke理論を、 $\omega$ を関数にしてポテンシャル項を加えて拡張したもの
  - たとえば、質量項  $m^2 \phi^2$  とかが入れられる
- $\phi$ の1階微分までの(1成分) scalar-tensor重力理論で最も一般的な形
- E系の作用を変分して得られる運動方程式は、

$$G_{\mu\nu}^* = 2 \left( \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^* \partial_\sigma \varphi \partial^\sigma \varphi \right) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^* V(\varphi) + 8\pi T_{\mu\nu}^*$$

$$\square_{g^*} \varphi = -4\pi \alpha(\varphi) T^* + \frac{1}{4} \frac{dV}{d\varphi}, \quad \alpha(\varphi) \equiv d(\ln A(\varphi))/d\varphi$$

# § 2.1.1 Bergmann-Wagoner理論

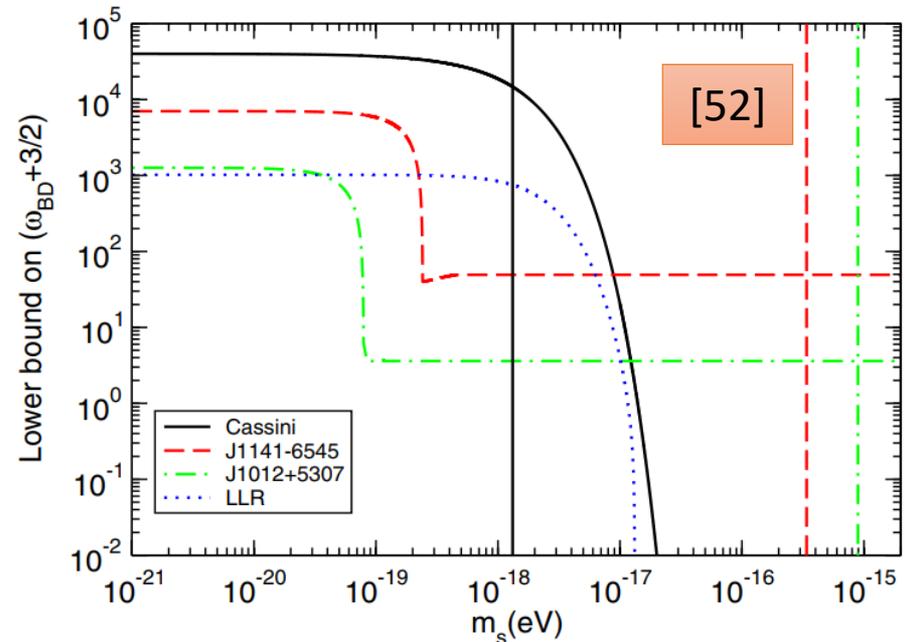
$$\alpha(\varphi) \equiv d(\ln A(\varphi))/d\varphi$$

$$\alpha(\varphi) = \alpha_0 + \beta_0(\varphi - \varphi_0) + \dots$$

- Brans-Dicke理論では $\alpha(\varphi) = \alpha_0$ で、現在最も強い制限は、Cassini探査機によるShapiro遅延の測定結果  $\alpha_0 < 3.5 \times 10^{-3}$
- $\beta_0 \neq 0$  の場合の一般的な制限は、
  - binary neutron star と neutron star-white dwarf binary systems [54,55]
    - massive Brans-Dicke理論の $(\alpha_0, m_s)$ に対する制限[52]
  - スカラー場の宇宙論的発展によるShapiro遅延[17,18]

[55]

EOS	68% confidence level			
	$ \alpha_0 $	$-\beta_0$	$m_A^{\max}/M_\odot$	$ \alpha_A ^{\max}$
AP3	$6.5 \times 10^{-5}$	4.21	1.83	$1.1 \times 10^{-3}$
AP4	$5.5 \times 10^{-5}$	4.24	1.71	$1.2 \times 10^{-3}$
ENG	$6.0 \times 10^{-5}$	4.21	1.80	$1.0 \times 10^{-3}$
H4	$5.7 \times 10^{-5}$	4.24	1.91	$1.3 \times 10^{-3}$
MPA1	$5.7 \times 10^{-5}$	4.22	1.92	$1.1 \times 10^{-3}$
MS0	$7.7 \times 10^{-5}$	4.28	2.26	$2.7 \times 10^{-3}$
MS2	$7.9 \times 10^{-5}$	4.26	2.24	$2.1 \times 10^{-3}$
PAL1	$7.3 \times 10^{-5}$	4.21	1.99	$1.2 \times 10^{-3}$
SLy4	$5.2 \times 10^{-5}$	4.23	1.71	$1.1 \times 10^{-3}$
WFF1	$5.3 \times 10^{-5}$	4.21	1.58	$9.1 \times 10^{-4}$
WFF2	$5.5 \times 10^{-5}$	4.24	1.68	$1.2 \times 10^{-3}$



quasicircular white dwarf-neutron star binary PSR J1012 + 5307  
white dwarf-neutron star binary PSR J1141-6545

# § 2.1.2 Horndeski理論

David Langlois & Karim Noui, [JCAP 1602 \(2016\) 02, 034](#)

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ K(\phi, X) - G_3(\phi, X) \square \phi \right. \\ \left. + G_4(\phi, X) R + G_{4,X}(\phi, X) \left[ (\square \phi)^2 - (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi)(\nabla^\mu \nabla^\nu \phi) \right] \right. \\ \left. + G_5(\phi, X) G_{\mu\nu} \nabla^\mu \nabla^\nu \phi \right. \\ \left. - \frac{G_{5,X}(\phi, X)}{6} \left[ (\square \phi)^3 - 3 \square \phi (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi)(\nabla^\mu \nabla^\nu \phi) \right. \right. \\ \left. \left. + 2(\nabla_\mu \nabla_\nu \phi)(\nabla^\mu \nabla_\sigma \phi)(\nabla^\nu \nabla^\sigma \phi) \right] \right\}$$

$$X = -\frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi, \quad G_{i,X} = \frac{\partial G_i}{\partial X}$$

- $\phi$ の2階微分まで含むが、運動方程式は2階微分方程式になる  
(1成分) scalar-tensor重力理論で最初の非自明な理論
  - 一般に作用に2階以上の微分項が含まれると、運動エネルギーが負になる  
” Ostrogradskyゴースト”が発生し、不安定な理論になる
  - Lagrangeanをうまく選べば、2階微分を含んでも余分な自由度を含まないようにできる

# 補足 : GLPV理論

Gleyzes-Langlois-Piazza-Vernizzi (すべて人の名前)の略  
Gleyzes et al., [Phys. Rev. Lett. 114, 211101 \(2015\)](#)

$$L_2^\phi \equiv G_2(\phi, X), \quad (1)$$

$$L_3^\phi \equiv G_3(\phi, X)\square\phi, \quad (2)$$

$$L_4^\phi \equiv G_4(\phi, X) {}^{(4)}R - 2G_{4,X}(\phi, X)(\square\phi^2 - \phi^{\mu\nu}\phi_{\mu\nu}) \\ + F_4(\phi, X)\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^{\mu'\nu'\rho'\sigma'}\phi_\mu\phi_{\mu'}\phi_{\nu\nu'}\phi_{\rho\rho'}, \quad (3)$$

$$L_5^\phi \equiv G_5(\phi, X) {}^{(4)}G_{\mu\nu}\phi^{\mu\nu} \\ + \frac{1}{3}G_{5,X}(\phi, X)(\square\phi^3 - 3\square\phi\phi_{\mu\nu}\phi^{\mu\nu} + 2\phi_{\mu\nu}\phi^{\mu\sigma}\phi^\nu{}_\sigma) \\ + F_5(\phi, X)\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^{\mu'\nu'\rho'\sigma'}\phi_\mu\phi_{\mu'}\phi_{\nu\nu'}\phi_{\rho\rho'}\phi_{\sigma\sigma'}, \quad (4)$$

$$\phi_\mu \equiv \nabla_\mu\phi, \phi_{\mu\nu} \equiv \nabla_\nu\nabla_\mu\phi \\ X \equiv g^{\mu\nu}\phi_\mu\phi_\nu$$

Horndeski理論から  
追加された項

# 補足：DHOST理論

Degenerate Higher-Order Scalar-Tensor theories

参考：[http://www.astro-wakate.org/ss2018/web/file/夏の学校\\_RyoSaito.pdf](http://www.astro-wakate.org/ss2018/web/file/夏の学校_RyoSaito.pdf)

$$\mathcal{L} = P + Q\Box\phi + FR + \sum_{I=1}^5 A_I L_I \quad \phi_{\mu\nu} \equiv \nabla_\mu \nabla_\nu \phi$$

$$L_1 = \phi_{\mu\nu}\phi^{\mu\nu}, \quad L_2 = (\Box\phi)^2, \quad L_3 = (\phi^\mu\phi^\nu\phi_{\mu\nu})\Box\phi, \\ L_4 = (\phi_{\mu\nu}\phi^\nu\phi^{\mu\sigma}\phi_\sigma), \quad L_5 = (\phi^\mu\phi^\nu\phi_{\mu\nu})^2.$$

- 4階の運動方程式になるが、加速度項の係数行列が縮退しているおかげで Ostrogradskyゴーストが出てこない
  - 縮退条件として、関数に3つの条件
- $L_1$ の項から、重力波速度が光速度と異なるような効果が出てくる
  - GW170817とEM観測から非常に強い制限がかかり、 $L_1$ 項はほぼ死亡

# 補足 : Vector-tensor 重力理論

Vector-tensor : Jose Beltran Jimenez, Antonio L. Maroto, [JCAP 0902:025,2009](#)

$$S[g_{\mu\nu}, A_\mu] = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{16\pi G} R + \omega R A_\mu A^\mu + \sigma R_{\mu\nu} A^\mu A^\nu + \tau \nabla_\mu A_\nu \nabla^\mu A^\nu + \varepsilon F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right]$$

Horndeski like Proca theory : Lavinia Heisenberg, Ryotaro Kase, Shinji Tsujikawa, [Phys.Lett. B760 \(2016\) 617-626](#)

$$S_{\text{gen.Proca}} = \int d^4x \sqrt{-g} \sum_{i=2}^6 \mathcal{L}_i$$

$$X = -\frac{A_\mu A^\mu}{2}, \quad F = -\frac{F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}{4}, \quad Y = A^\mu A^\nu F_{\mu}{}^\alpha F_{\nu\alpha},$$

$$L^{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{1}{4} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} R_{\rho\sigma\gamma\delta}, \quad \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta},$$

$$\mathcal{L}_2 = G_2(X, F, Y),$$

$$\mathcal{L}_3 = G_3 \nabla_\mu A^\mu,$$

$$\mathcal{L}_4 = G_4 R + G_{4,X} \left[ (\nabla_\mu A^\mu)^2 - \nabla_\rho A_\sigma \nabla^\sigma A^\rho \right],$$

$$\mathcal{L}_5 = G_5 G_{\mu\nu} \nabla^\mu A^\nu - \frac{1}{6} G_{5,X} [(\nabla_\mu A^\mu)^3$$

$$- 3 \nabla_\mu A^\mu \nabla_\rho A_\sigma \nabla^\sigma A^\rho + 2 \nabla_\rho A_\sigma \nabla^\rho A^\sigma \nabla^\sigma A_\gamma]$$

$$- g_5 \tilde{F}^{\alpha\mu} \tilde{F}^\beta{}_\mu \nabla_\alpha A_\beta,$$

$$\mathcal{L}_6 = G_6 L^{\mu\nu\alpha\beta} \nabla_\mu A_\nu \nabla_\alpha A_\beta$$

$$+ \frac{1}{2} G_{6,X} \tilde{F}^{\alpha\beta} \tilde{F}^{\mu\nu} \nabla_\alpha A_\mu \nabla_\beta A_\nu.$$

- scalar場の代わりにvector場を導入した理論
- 弱い等価原理を満たし、tensor重力とはnon-minimal coupling
- scalar, vectorの他にも、余分なtensor場を入れた”bi-gravity”理論などもある

# § 2.2 EdGB gravity

Einstein–dilaton Gauss–Bonnet gravity

Maeda, Ki, Ohta, N., Sasagawa, Y.: [Phys. Rev. D80, 104032 \(2009\)](#).

$$S = S_{\text{EH}} + S_{\text{EdGB}} + S_{\phi} + S_{\text{mat}}$$

$$S_{\text{EdGB}} = \alpha_{\text{EdGB}} \int d^4x \sqrt{-g} e^{-\gamma_{\text{EdGB}} \phi} R_{\text{GB}}^2$$

$$R_{\text{GB}}^2 \equiv R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$$

$$S_{\phi} = -\frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} \nabla_{\mu} \phi \nabla^{\mu} \phi$$

- heterotic superstring theoryにmotivateされた修正重力理論
- 曲率の2次の項による相互作用
  - 曲率が大きくなる強重力下で効果が出てくる (BH!)
- 主な制限
  - orbital decay rate of low-mass X-ray binaries with a black hole [65]  
:  $\sqrt{|\alpha_{\text{EdGB}}|} < 1.9 \times 10^5 \text{ cm}$
  - existence of stellar-mass black holes [66]  
:  $\alpha_{\text{EdGB}}/M^2 < 0.691$
  - maximum mass of neutron stars [67]  
:  $\alpha \lesssim 23.8 M_{\odot}^2$
  - SNR=20の  $6M_{\odot}+12M_{\odot}$  BBH GWが見えたら、 $\sqrt{|\alpha_{\text{EdGB}}|} < 4 \times 10^5 \text{ cm}$

# § 2.2 D<sup>2</sup>GB gravity

decoupled dynamical Gauss–Bonnet gravity

Yagi, K., Stein, L.C., Yunes, N.: [Phys. Rev. D 93\(2\), 024010 \(2016\)](#).

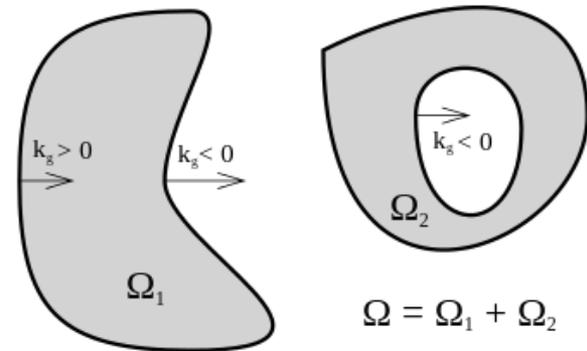
- EdGB項を以下のように簡略化した理論

$$S_{\text{EdGB}} = \alpha_{\text{EdGB}} \int d^4x \sqrt{-g} e^{-\gamma_{\text{EdGB}} \phi} R_{\text{GB}}^2$$
$$\longrightarrow S_{\text{D}^2\text{GB}} = \alpha_{\text{GB}} \int d^4x \sqrt{-g} \phi R_{\text{GB}}^2$$

- 運動方程式は  $\square\phi = -\alpha_{\text{GB}} R_{\text{GB}}^2$ 
  - スカラー場のシフト(定数を足す)に対して不変
- Horndeski理論の一種で、shift-symmetric Horndeski theoriesに分類
- 解析的(手計算)でBH解が得られる (by Papallo [76])
  - 「strongly hyperbolic」にならず、無回転もしくはゆっくりしか回転しない
- トポロジカルな効果によって、星が崩壊してBHになるときに突然 monopole scalar chargeを獲得し、スカラー重力波を出す
  - c.f. 一般相対論の「No-hair theorem」by Wheeler

# ガウス・ボネの定理

<https://ja.wikipedia.org/wiki/ガウス・ボネの定理>



## 定理の内容 [編集]

$M$  を境界  $\partial M$  を持つコンパクトな 2-次元リーマン多様体とする。 $K$  を  $M$  のガウス曲率とし、 $k_g$  を  $\partial M$  の測地線曲率 (英語版) (geodesic curvature) とすると、

$$\int_M K dA + \int_{\partial M} k_g ds = 2\pi\chi(M),$$

となる。ここに  $dA$  は曲面の面積要素 (element of area)、 $ds$  は  $M$  の境界に沿った線分要素とする。また、 $\chi(M)$  は  $M$  のオイラー標数である。

境界  $\partial M$  が区分的に滑らかであれば、積分  $\int_{\partial M} k_g ds$  を境界の滑らかな部分に沿った対応する積分の総和と境界の角での滑らかな部分のなす角度の総和をプラスした値となる。

## 解釈と重要さ [編集]

特に、境界を持たないコンパクトな曲面に対して定理を適用すると、積分

$$\int_{\partial M} k_g ds$$

の部分は省略することができる。このことは、閉曲面の全ガウス曲率は曲面のオイラー標数の  $2n$  倍に等しいことを意味している。境界を持たない向き付け可能なコンパクト曲面に対し、 $g$  を曲面の種数とするとオイラー標数は  $2 - 2g$  であることに注意する。境界をもたない向き付け可能なコンパクトな曲面は、トポロジー的には  $g$  個のハンドル体をつけた球面に同相となる。

曲面  $M$  を折り曲げたり変形させたりしても、オイラー標数はトポロジー的には不変なので変わらないが、曲率はある点では変わる。いくら驚くかもしれないが、本定理のは、たとえ、どのように変形されようとも、すべての曲率の全積分は変化しないことを言っている。従って、例えば、球にくぼみを作っても、くぼみの大きさや深さには関係なく、球の全曲率は  $4\pi$  である (オイラー標数が 2 であるので)。

# § 2.3 dCS gravity

Dynamical Chern–Simons gravity

Alexander, S., Yunes, N.: [Phys. Rep. 480, 1 \(2009\)](#).

$$S = S_{\text{EH}} + S_{\text{dCS}} + S_{\phi} + S_{\text{mat}}$$

$$S_{\text{dCS}} = \alpha_{\text{dCS}} \int d^4x \sqrt{-g} f(\phi) {}^*RR$$

$${}^*RR \equiv {}^*R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\nu\mu\rho\sigma} \quad (\text{Pontryagin density})$$

$${}^*R_{\mu\nu\rho\sigma} \equiv \frac{1}{2} \epsilon_{\rho\sigma}{}^{\alpha\beta} R_{\mu\nu\alpha\beta} \quad (\text{dual Riemann tensor})$$

- EdGB理論と似たquadratic-curvature interaction termを持つ
  - EdGB理論と同様に、string theoryの低エネルギー有効理論
- パリティ対称性の破れを示唆する
- $f(\phi) = \text{const.}$ の場合は、積分がトポロジカル不変量(Pontryagin number)になるため、物理に寄与する最低次は $f(\phi) = \phi$ で、これはshift-invariant
- $D^2\text{GB}$ と同様に、ゆっくり回転するBHの解が解析的に得られる
  - 無回転BHはPontryagin densityがゼロになるため、GRと同じになる
  - $D^2\text{GB}$ と同様、monopole scalar chargeを持つ
- 太陽系内の観測(日食の重力レンズ)による制限:  $\alpha_{\text{CS}}^{1/2} < 10^{13} \text{ cm}$  [106]

# チャーン・サイモンズ理論

数学において、**チャーン・サイモンズ形式**(英: *Chern–Simons form*)とは、ある第二**特性類**のことを指す。それらは、**ゲージ理論**で興味をもたれ、(特に3-形式は) **チャーン・サイモンズ理論**の作用を定義する。理論は**S.S.チャーン**と**ジェームズ・サイモンズ** (英語版) の名前にちなんでいて、1974年の共著論文、題名:「Characteristic Forms and Geometric Invariants」の中で、この理論が生まれた。(Chern & Simons 1974)

## 定義 [編集]

**多様体**が与えられ、多様体上の**リー代数**に値を持つ**1-形式**(1-form)の空間を **A** とすると、以下のようにして、(チャーン・サイモンズ) p-形式の族を定義することができる。

1-次元では、**チャーン・サイモンズ 1-形式**は次の式で与えられる。

$$\mathrm{Tr}[\mathbf{A}].$$

3-次元では、**チャーン・サイモンズ 3-形式** は次の式で与えられる。

$$\mathrm{Tr} \left[ \mathbf{F} \wedge \mathbf{A} - \frac{1}{3} \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} \right].$$

5-次元では、**チャーン・サイモンズ 5-形式** は次の式で与えられる。

$$\mathrm{Tr} \left[ \mathbf{F} \wedge \mathbf{F} \wedge \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{F} \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} + \frac{1}{10} \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} \wedge \mathbf{A} \right]$$

ここに曲率 **F** は次のように定義される。

$$\mathbf{F} = d\mathbf{A} + \mathbf{A} \wedge \mathbf{A}.$$

一般のチャーン・サイモンズ形式  $\omega_{2k-1}$  は次のような方法で定義される。

$$d\omega_{2k-1} = \mathrm{Tr} (F^k),$$

ここに**ウェッジ積**は  $F^k$  と定義する。この式の右辺は、接続 **A** の k-番目の**チャーン類**に比例する。

一般に、チャーン・サイモンズ p-形式は任意の奇数 p に対し定義される。(定義は**ゲージ理論**も参照のこと)。p-次元多様体上のチャーン・サイモンズ項の**積分**は、大域的な幾何学的不変量であり、典型的には、整数倍を同一視すると**ゲージ不変** (な不変量) となる。

# チャーレン・サイモンズ理論

**チャーレン・サイモンズ理論、小玉波動函数、ループ量子重力**  [編集]

詳細は「*en:Kodama state*」を参照

負のヘリシティとエネルギーを招くようなチャーレン・サイモンズ理論となるため、ループ量子重力での小玉状態は非物理的であるとエドワード・ウィッテンは議論している。Witten (2003)

**チャーレン・サイモンズ重力理論**  [編集]

1982年に、スタンレー・デザー (英語版) (S. Deser)、ローマン・ジャッキウ (英語版) (R. Jackiw)と S. テンプルトン(S. Templeton)は 3次元のチャーレン・サイモンズ重力理論を提示した。そこでは、重力理論のアインシュタイン・ヒルベルト作用は、チャーレン・サイモンズ項を加えることにより、修正される。Deser, Jackiw & Templeton (1982)

2003年、R. ジャッキウと S. Y. ピはこの理論を 4次元へ拡張しJackiw & Pi (2003)、チャーレン・サイモンズ重力理論は基礎物理学だけではなく、凝縮系物性論や天文学にも少なからぬ影響を持っている。

4次元の場合は、3次元の場合に非常によく似ている。3次元のチャーレン・サイモンズ重力項は、

$$CS(\Gamma) = \frac{1}{2\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} \left( \Gamma_{iq}^p \partial_j \Gamma_{kp}^q + \frac{2}{3} \Gamma_{iq}^p \Gamma_{jr}^q \Gamma_{kp}^r \right).$$

で表される。この変形は次のコットンテンソルを与える。

$$= -\frac{1}{2\sqrt{g}} (\epsilon^{mij} D_i R_j^n + \epsilon^{nij} D_i R_j^m)$$

3次元重力のチャーレン・サイモンズ変形は、場の方程式に上記のコットンテンソルを加えることで得られ、次のアインシュタイン・ヒルベルト作用を変形することにより真空の解として得ることができる。

$$S[g] = k \int R \sqrt{-g} d^3x.$$

また、(2+1)次元のチャーレン・サイモンズ重力理論については、(2+1)-次元位相重力理論を参照。

# § 2.4 Einstein-Æther理論

- Hořava–Lifshitz理論 :量子重力理論の候補で、Lorentz symmetryを破る
- matter sectorにおけるLorentz violationは素粒子実験などから強く制限されているが、gravity sectorではまだそれほど制限されていない
- 宇宙の加速膨張を説明できる
- Einstein-Æther理論は、Hořava–Lifshitz理論の低エネルギー有効理論のひとつで、時空の各点にtime-likeな単位ベクトル場(エーテル場) $U^\mu$ を導入する

$$S = S_{\text{EH}} + S_{\text{Æ}}$$

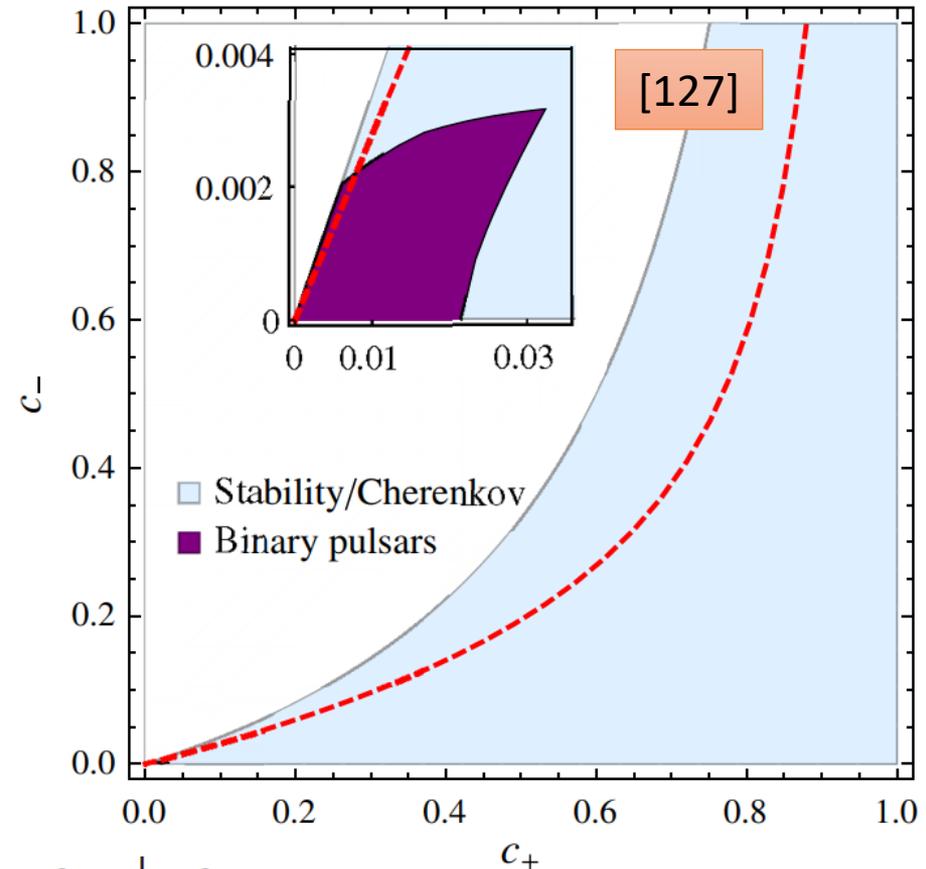
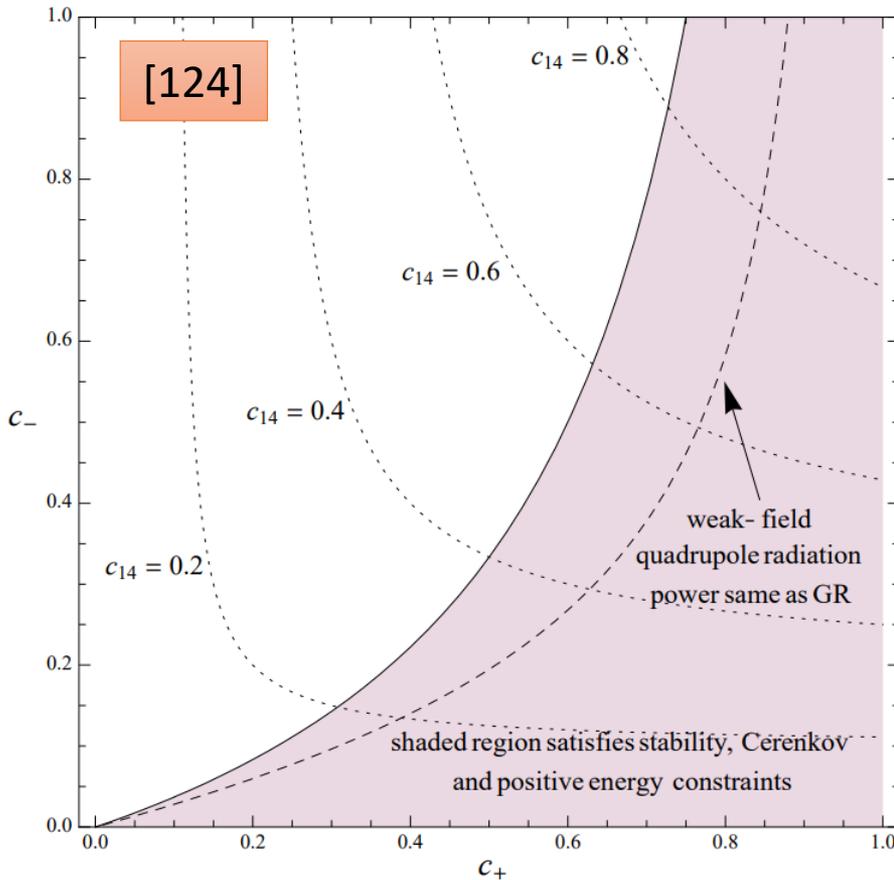
$$S_{\text{Æ}} = -\frac{\kappa}{G_{\text{Æ}}} \int d^4x \sqrt{-g} M_{\mu\nu}^{\alpha\beta} \nabla_\alpha U^\mu \nabla_\beta U^\nu$$

$$M_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = c_1 g^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} + c_2 \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta + c_3 \delta_\nu^\alpha \delta_\mu^\beta + c_4 U^\alpha U^\beta g_{\mu\nu}$$

- $G_{\text{Æ}}, c_i (i=1\sim 4)$  はパラメタ、 $\kappa = 1/16\pi, G_{\text{Newton}} = G_{\text{Æ}} / \left(1 - \frac{c_1 + c_4}{2}\right)$

# § 2.4 Einstein-Æther理論

- 実験・観測からの制限
  - Solar System experiments [124] (超高エネルギー宇宙線の真空チェレンコフ放射)
  - binary pulsar observations [126,127]
  - GW170817 : 重力波速度にからの制限



# 補足 : Khronometric理論

- Einstein-Æther理論と同じく、Hořava-Lifshitz理論の低エネルギー有効理論
- Actionも基本的に同じだが、EÆは超平面に対して垂直だったのに対し、Khronometric理論は時空のpreferred time foliation (巻き付いている?)

$$S = S_{\text{EH}} + S_{\text{KG}}$$

$$S_{\text{KG}} = -\frac{\kappa}{G_{\text{Æ}}} \int d^4x \sqrt{-g} M_{\mu}^{\alpha} \nabla_{\alpha} U^{\mu}$$

$$M_{\mu}^{\alpha} = M_{\mu\nu}^{\alpha\beta} \nabla_{\beta} U^{\nu} = M_{\nu\mu}^{\beta\alpha} \nabla_{\beta} U^{\nu}$$

$$M_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = c_1 g^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} + \boxed{c_2 \delta_{\mu}^{\alpha} \delta_{\nu}^{\beta} + c_3 \delta_{\nu}^{\alpha} \delta_{\mu}^{\beta}} + c_4 U^{\alpha} U^{\beta} g_{\mu\nu}$$

$c_2 = c_3$  参考 : <https://arxiv.org/pdf/1105.5149.pdf>

- 自由度が4個から以下の3個に減っている

$$\alpha_{\text{KG}} = c_1 + c_4 \quad \beta_{\text{KG}} = c_1 + c_3 \quad \lambda_{\text{KG}} = c_2$$

# Lorentz-violation gravityの伝搬速度

**Table 1** Propagation speed of tensor, vector and scalar modes in EA and khronometric theory

Theory	Mode	Propagation speed
Einstein-Æther	Tensor	$w_2^{\text{Æ}} = \frac{1}{1-c_+}$
	Vector	$w_1^{\text{Æ}} = \frac{2c_1 - c_+ c_-}{2(1-c_+)c_{14}}$
	Scalar	$w_0^{\text{Æ}} = \frac{(2-c_{14})c_{123}}{(2+3c_2+c_+)(1-c_+)c_{14}}$
Khronometric	Tensor	$w_2^{\text{KG}} = \frac{1}{1-\beta}$
	Scalar	$w_0^{\text{KG}} = \frac{(2-\alpha)(\beta+\lambda)}{(2+3\lambda+\beta)(1-\beta)\alpha}$

Vector modes are absent in the latter

$$\begin{aligned}
 c_{\pm} &= c_1 \pm c_3 \\
 c_{14} &\equiv c_1 + c_4 \\
 c_{123} &\equiv c_1 + c_2 + c_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \beta_{\text{KG}} &= c_1 + c_3 \\
 \alpha_{\text{KG}} &= c_1 + c_4 \\
 \lambda_{\text{KG}} &= c_2
 \end{aligned}$$

# § 2.4 Extra dimensional theories

- Kaluza–Klein理論
  - Einstein方程式を5次元に拡張し、重力と電磁気力の統一を試みた
  - 5次元目は $\ell < 10^{-16}\text{cm}$  にコンパクト化され、周期性を持つ  $\rightarrow U(1)$
- Arkani-Hamed, Dimopoulos and Dvali (ADD)理論
  - 張力なしのbraneworldモデル
  - 我々の時空は、平坦でコンパクト化されたバルク時空にはめ込まれている
  - 物質はbrane上に束縛され、重力はバルクに伝搬する
  - 大きな余剰次元で、電弱スケールとPlanckスケールの階層性を説明
- Randall-Sundrum model 1 (RS-I)
  - 正の張力を持つbraneと負の張力を持つbraneが1枚ずつ
  - 5次元のanti-de Sitter (AdS) バルク時空で、Planck質量  $\sim 1/\ell \sim 1\text{TeV}$ 
    - 我々の4次元時空では、いい感じに $\sim 10^{19}\text{GeV}$ になる
- Randall-Sundrum model 2 (RS-II)
  - 負の張力を持つbraneが1枚だけ無限に広がっている
  - バルク時空は相変わらず5次元のanti-de Sitter (AdS)
  - 余剰次元スケールが比較的大きくても、Newton重力を再現する
    - Table-top 実験(湯川項探索)による制限： $\ell < 14\mu\text{m}$  [145]

# § 2.4 Extra dimensional theories

- Randall-Sundrum model 2 (RS-II) の続き
  - バルク時空がAdSなので、AdS/CFT対応が使える
    - 4次元の  $\mathcal{N} = 4$  の  $U(N)$  super Yang-Mills理論は5次元のAdS重力理論と等価
    - 4次元のBHの蒸発速度が、GRの場合よりも早くなる

$$\frac{dM}{dt} = -2.8 \times 10^{-7} \left( \frac{1M_{\odot}}{M} \right)^2 \left( \frac{\ell}{10\mu\text{m}} \right)^2 \frac{M_{\odot}}{\text{yr}}$$

- 重力波観測においては、BH質量の変化は万有引力定数  $G$  が時間変化しているように見える

# § 3. Inspiral tests of modified gravity

# § 3.1 Generic tests

たくさんある修正重力理論たちを個別に実験・観測データと比較するのは大変なので、適当な観測量を既知の理論で計算し、そこからのズレを (model independentに) 微小量の多項式で展開する。

➤ その係数(重力理論ごとに決まる)に対し、データから制限を付ける。

- Parametrized Post Newtonian (ppN)
  - 1つの天体を作る重力場( $g_{\mu\nu}$ )のNewton重力からのズレを、Schwarzschild半径の多項式で展開する方法。
  - 太陽系実験 (衛星実験や近日点移動など)で用いられる。
- Post Newtonian (PN)
  - CBC重力波に対し、連星回転の速度のNewton力学からのズレを  $\epsilon = v/c = \sqrt{GM/rc^2} \ll 1$  の多項式として展開し、重力波の位相のみをパラメタで表す方法。
- Post-Keplerian
  - binary pulsar testで用いられる。
- **Parametrized Post Einstein (ppE)**
  - 重力波の振幅と位相のGRからのズレをパラメタ展開する方法。

# 補足 : Parametrized Post Newtonian

[152] Nordtvedt, K.: Phys. Rev. 169, 1017 (1968)

[153] Will, C.M.: APJ 163, 611 (1971)

[154] Will, C.M., Nordtvedt, K.J.: APJ 177, 757 (1972)

[155] Nordtvedt, K.J., Will, C.M.: APJ 177, 775 (1972)

球対象・静的時空の計量を、Schwarzschild半径  $r_s = 2GM$  の多項式で展開

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + g_{rr}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

$$g_{tt} = -1 + \frac{r_s}{r} - \frac{\beta - \gamma}{2} \left(\frac{r_s}{r}\right)^2 + \dots$$

$$g_{rr} = 1 + \gamma \frac{r_s}{r} + \dots$$

$\beta, \gamma$ はパラメタで、理論ごとに決まる

- Newton重力では  $\beta = \gamma = 0$

- 一般相対論では  $\beta = \gamma = 1$

- Brans-Dicke理論では、 $\gamma = 1 - \frac{1}{\omega + 2}$ ,  $\beta = \frac{1 + \gamma}{2}$

超長基線電波干渉計(VLBI)による太陽重力レンズの観測:  $|1 - \gamma| < 2 \times 10^{-5}$

# Post Newtonian

[156] Arun, K.G. et.al., Class.  
Quantum Gravity **23**, L37 (2006).

$$\tilde{h}(f) = \mathcal{A} f^{-7/6} \exp \left[ i\Psi(f) + i\frac{\pi}{4} \right].$$

$$\mathcal{A} = \frac{c}{D_L \pi^{2/3}} \sqrt{\frac{5}{24}} \mathcal{M}^{5/6}, \quad \Psi(f) = 2\pi f t_C + \Phi_C + \sum_k \psi_k f^{(k-5)/3}$$

$$\psi_k = \frac{3}{128\eta} (\pi M)^{(k-5)/3} \alpha_k,$$

$$\alpha_0 = 1, \quad \alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \frac{3715}{756} + \frac{55}{9}\eta, \quad \alpha_3 = -16\pi,$$

$$\alpha_4 = \frac{15\,293\,365}{508\,032} + \frac{27\,145}{504}\eta + \frac{3085}{72}\eta^2,$$

$$\alpha_5 = \pi \left( \frac{38\,645}{756} - \frac{65}{9}\eta \right) [1 + \ln(6^{3/2}\pi M f)]$$

$$\alpha_6 = \frac{11\,583\,231\,236\,531}{4694\,215\,680} - \frac{640}{3}\pi^2 - \frac{6848}{21}\gamma + \left( -\frac{15\,737\,765\,635}{3048\,192} + \frac{2255}{12}\pi^2 \right) \eta$$

$$+ \frac{76\,055}{1728}\eta^2 - \frac{127\,825}{1296}\eta^3 - \frac{6848}{63} \ln(64\pi M f),$$

$$\alpha_7 = \pi \left( \frac{77\,096\,675}{254\,016} + \frac{378\,515}{1512}\eta - \frac{74\,045}{756}\eta^2 \right).$$

今回の論文では

$$\Psi(f) = \sum_{n=0}^{n=7} \alpha_n v(f)^{-5+n}$$

$$v(f) = (\pi m f)^{1/3}$$

# Post Newtonianの問題点

① 離散的な  $v^{-5}, v^{-4}, \dots, v^2$  の項しかないが、修正重力理論には他の次数の項が現れるものも少なくない。

例えば...

- dipole emission ( $\propto v^{-7}$ )
- variability of the fundamental constants ( $\propto v^{-13}$ )
- parity violation in eccentric binaries ( $\propto v^{-7.3}$ )
- massive gravitons in eccentric binaries ( $\propto v^{-9.3}$ )

② 振幅に変形が加わる理論を検証できない

③ 衝突と合体のときの位相発展がinspiral期にバイアスを受ける  
(訳し方OK?)

the framework assumes that polynomials in velocity are a good basis to expand the Fourier phase during the entire inspiral, including right up to plunge and merger.

⇒ PNではなくppEを使う

# Parametrized Post Einstein

$$\tilde{h}(f) = \tilde{A}_{\text{GR}}(f) \left[ 1 + \alpha_{\text{ppE}} v(f)^a \right] e^{i\Psi_{\text{GR}}(f) + i\beta_{\text{ppE}} v(f)^b}$$

- $\tilde{A}_{\text{GR}}(f), \tilde{\Psi}_{\text{GR}}(f)$  : the Fourier amplitude and Fourier phase in the most accurate GR model developed at that stage in time
- $\alpha_{\text{ppE}}, \beta_{\text{ppE}}$  : ppE constants (GRからのズレ具合を表す)
- $a, b$  : 実数

このparametrizationは、PNの問題点を解決する

- ① GRからの変形を、pre-Newtonian order (in negative powers of velocity relative to the leading-order PN term in GR) から許容する
- ② 振幅も位相も独立に変形させられる
- ③ it allows the deformation of the most sophisticated waveform model in GR ( $\alpha_{\text{ppE}} = 0, \beta_{\text{ppE}} = 0$ ), one recovers exactly the most accurate model.

Matched filter解析は位相にsensitiveなので、 $\beta_{\text{ppE}}, b$  について具体的な形をTable 2 (次ページ)で紹介する。 $\alpha_{\text{ppE}}$ は出典を引いてね

# § 3.2 Mapping to specific theories

Generation  
Sector

**Table 2** Mapping of ppE parameters to those in each theory for a black hole binary

Theory	$\beta_{\text{ppE}}$	$b$
Scalar-tensor [36, 179, 180]	$-\frac{5}{1792} \dot{\phi}^2 \eta^{2/5} (m_1 s_1^{\text{ST}} - m_2 s_2^{\text{ST}})^2$	-7
EdGB, D <sup>2</sup> GB [23]	$-\frac{5}{7168} \zeta_{\text{GB}} \frac{(m_1^2 s_2^{\text{GB}} - m_2^2 s_1^{\text{GB}})^2}{m^4 \eta^{18/5}}$	-7
dCS [181]	$\frac{1549225}{11812864} \frac{\zeta_{\text{CS}}}{\eta^{14/5}} \left[ \left(1 - \frac{231808}{61969} \eta\right) \chi_s^2 + \left(1 - \frac{16068}{61969} \eta\right) \chi_a^2 - 2\delta_m \chi_s \chi_a \right]$	-1
EA [182]	$-\frac{3}{128} \left[ \left(1 - \frac{c_{14}}{2}\right) \left( \frac{1}{w_2^{\text{AE}}} + \frac{2c_{14}c_+^2}{(c_+ + c_- - c_- c_+)^2 w_1^{\text{AE}}} + \frac{3c_{14}}{2w_0^{\text{AE}}(2 - c_{14})} \right) - 1 \right]$	-5
Khronometric [182]	$-\frac{3}{128} \left[ \left(1 - \beta_{\text{KG}}\right) \left( \frac{1}{w_2^{\text{KG}}} \frac{3\beta_{\text{KG}}}{2w_0^{\text{KG}}(1 - \beta_{\text{KG}})} \right) - 1 \right]$	-5
Extra dimension [183]	$\frac{25}{851968} \left( \frac{dm}{dt} \right) \frac{3 - 26\eta + 34\eta^2}{\eta^{2/5}(1 - 2\eta)}$	-13
Varying $G$ [151]	$-\frac{25}{65536} \dot{G} \mathcal{M}$	-13

$$s_A^{\text{ST}} \equiv [1 + (1 - \chi_A^2)^{1/2}] / 2$$

$$\mu_A^{\text{GB}} = 2(\alpha_{\text{GB}} / m_A^2) s_A^{\text{GB}}$$

$$\zeta_{\text{GB,CS}} = 16\pi \alpha_{\text{GB,CS}}^2 / m^4$$

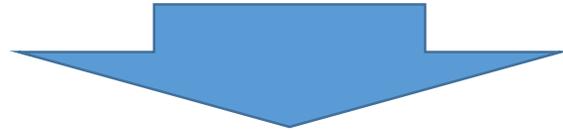
# § 3.2 Mapping to specific theories

## Propagation Sector

modified dispersion relation & group velocity ( $\mathbb{A}$ ,  $\alpha_{\text{MDR}}$ :理論ごとのparameter)

$$E^2 = (pc)^2 + \mathbb{A} (pc)^{\alpha_{\text{MDR}}}$$

$$\frac{v_g}{c} = \frac{1}{c} \frac{d\omega}{dk} = 1 + \frac{(\alpha_{\text{MDR}} - 1)}{2} \mathbb{A} E^{\alpha_{\text{MDR}} - 2}$$



$$\beta_{\text{ppE}} = \frac{\pi^{2-\alpha_{\text{MDR}}}}{(1-\alpha_{\text{MDR}})} \frac{D_{\alpha_{\text{MDR}}}}{\lambda_{\mathbb{A}}^{2-\alpha_{\text{MDR}}}} \frac{\mathcal{M}^{1-\alpha_{\text{MDR}}}}{(1+z)^{1-\alpha_{\text{MDR}}}}$$

$$\lambda_{\mathbb{A}} \equiv h \mathbb{A}^{1/(\alpha-2)}$$

$$D_{\alpha_{\text{MDR}}} = \frac{z}{H_0 \sqrt{\Omega_M + \Omega_\Lambda}} \left[ 1 - \frac{z}{4} \left( \frac{3\Omega_M}{\Omega_M + \Omega_\Lambda} + 2\alpha_{\text{MDR}} \right) + \mathcal{O}(z^2) \right]$$

$$b = 3(\alpha_{\text{MDR}} - 1)$$

**Table 3** Mapping between modified dispersion relation parameters for the graviton in Eq. (20) and the parameters of each theory

The meaning of the parameters is as follows.  $m_g$ : the graviton mass;  $E_*$ : the characteristic length scale above which spacetime is discrete;  $\eta_{\text{dsrt}}$ : the characteristic observer-independent length scale;  $\alpha_{\text{edt}}$ : the square of the Planck length in extra dimensional theories;  $\mathring{k}_{(I)}^{(d)}$  and  $\mathring{k}_{(V)}^{(d)}$ : parameters controlling the Lorentz-violation operators in SME in the rotation-invariant limit;  $\kappa_{\text{hl}}$ : a parameter related to the bare gravitational constant;  $\mu_{\text{hl}}$ : a parameter related to the deformation in the ‘‘detailed balance’’ conditions in Hořava gravity

Theory	$\mathbb{A}$	$\alpha_{\text{MDR}}$
Massive gravity [198–201]	$m_g^2$	0
multifractional spacetime [202–205]	$\frac{2}{3-\alpha_{\text{MDR}}} E_*^{2-\alpha_{\text{MDR}}}$ (timelike spacetime)	2–3
	$-\frac{2 \cdot 3^{1-\alpha_{\text{MDR}}/2}}{3-\alpha_{\text{MDR}}} E_*^{2-\alpha_{\text{MDR}}}$ (spacelike spacetime)	
Double special relativity [206–209]	$\eta_{\text{dsrt}}$	3
Extra dimension [210]	$-\alpha_{\text{edt}}$	4
SME [211]	$-2\mathring{k}_{(I)}^{(d)}$ (even $d \geq 4$ ) $\pm 2\mathring{k}_{(V)}^{(d)}$ (odd $d \geq 5$ )	$d - 2$
Hořava [108, 136, 212, 213]	$\kappa_{\text{hl}}^4 \mu_{\text{hl}}^2 / 16$	4

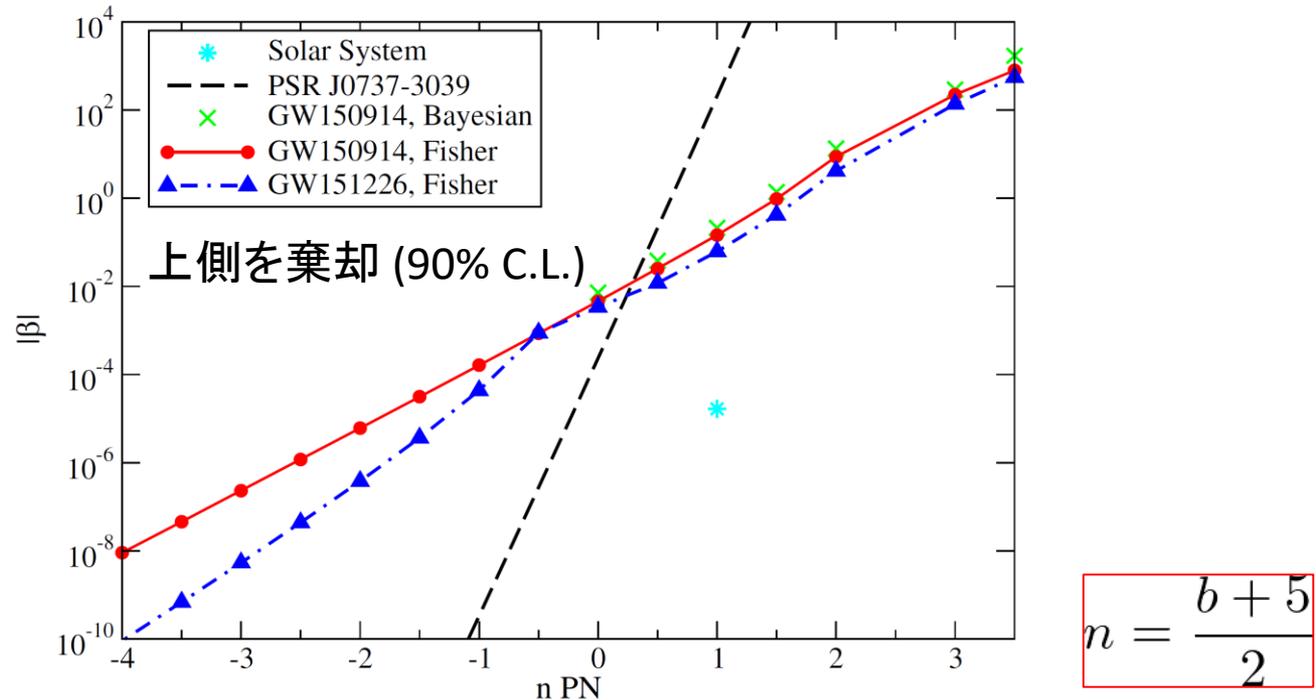
# § 3.3.1 Current tests

- **Test 1** : GW150914データとGR波形テンプレートの間のresidual SNR評価
  - binary parametersの再定義で吸収しきれないようなGR violationsは4%未満
- **Test 2** : inspiral dataとpost-inspiral dataそれぞれから得られた合体後のBHの質量・spinの値が矛盾していないか確認
- **Test 3** : テンソルモード以外の偏極の探索 (GW170814)
  - the data favors purely tensor polarizations over purely scalar (vector) polarizations with a Bayes factor larger than 1000 (200), respectively.
- **Test 4** : To constrain deviations in the waveform phase away from GR at each PN order. [214]
  - ppEパラメタに対する制限に焼き直せる

# § 3.3.1 Current tests : ppE (Fig. 1)

inspiral期における重力波生成のみを使った検証 (model independent)

- merger-ringdown phaseを使うには、non-GR theoriesでより多くのシミュレーションを行う必要がある



- 重力波観測によるppEパラメタ  $\beta_{ppE}$  への制限は、positive PN correctionsでは double binary pulsar J0737-3039 の orbital decay rate からの制限より強い
  - positive PN corrections は 強重力場で大きくなるため
- Negative PNでは、GW151226の方が軌道速度が小さいため制限が強い
- 太陽系実験による1PN orderへの制限(\*)よりは弱いですが、こちらは弱場・静的重力なので、重力波観測の結果とは意義が異なる

# § 3.3.1 Current tests (Table 4 前半)

**Table 4** Various bounds on example theories that violate certain fundamental pillars in GR

Theory	GR pillar	PN	Repr. parameters	GW150914	Other bounds
EdGB, D <sup>2</sup> GB	SEP	-1	$\sqrt{ \alpha_{\text{EdGB}} }$ [km]	-	$10^7$ [218], 2 [65,66,68]
Scalar-tensor			$ \dot{\phi} $ [1/sec]	-	$10^{-6}$ [180]
dCS	SEP, PI	+2	$\sqrt{ \alpha_{\text{CS}} }$ [km]	-	$10^8$ [100,106]
Einstein-Æther	SEP, LI	0	$(c_+, c_-)$	(0.9, 2.1)	(0.03, 0.003) [126,127]
Khronometric			$(\beta_{\text{KG}}, \lambda_{\text{KG}})$	(0.42, -)	(0.005, 0.1) [126,127]
Extra dimensions	4D	-4	$\ell$ [ $\mu\text{m}$ ]	$8.6 \times 10^9$	$10-10^3$ [140,219-222]
Time-varying $G$	SEP	-4	$ \dot{G} $ [ $10^{-12}/\text{yr}$ ]	$5.4 \times 10^{18}$	0.1-1 [223-227]

- 表4の前半(このページに挙げた分)は、Fig. 1の結果を具体的な修正重力理論のパラメタに対する制限に焼き直したもの
- 2列目は、どうするとGRに帰着するのかを表している
  - SEP: 強い等価原理、PI: パリティ不変、LI: ローレンツ不変、4D: 4次元
- GWからの制限が他の観測よりも弱いのは、まだ本気を出していないから (merger-ringdown regime におけるnon-GR効果の理解が進んでいないから)

# § 3.3.1 Current tests (Table 4 後半)

Theory	GR pillar	PN	Repr. parameters	GW150914	Other bounds
Massive graviton	$m_g = 0$	+1	$m_g$ [eV]	$10^{-22}$ [214]	$10^{-29}$ – $10^{-18}$ [228–232]
Multifractional	LI	+4.75	$E_*^{-1}$ [eV $^{-1}$ ] (time)	$5.8 \times 10^{-27}$	–
			$E_*^{-1}$ [eV $^{-1}$ ] (space)	$1.0 \times 10^{-26}$	$3.9 \times 10^{-53}$ [233]
Double special rel.	LI	+5.5	$\eta_{\text{dsrt}}/L_{\text{Pl}} > 0$	$1.3 \times 10^{22}$	–
			$\eta_{\text{dsrt}}/L_{\text{Pl}} < 0$		$2.1 \times 10^{-7}$ [233]
Extra dimensions	4D	+7	$\alpha_{\text{edt}}/L_{\text{Pl}}^2 > 0$	$5.5 \times 10^{62}$	$2.7 \times 10^2$ [233]
			$\alpha_{\text{edt}}/L_{\text{Pl}}^2 < 0$		–
Stand. model ext.	LI	+4	$\dot{k}_{(J)}^{(4)} > 0$	–	$6.1 \times 10^{-17}$ [117,233]
			$\dot{k}_{(J)}^{(4)} < 0$	0.64	–
		+5.5	$\dot{k}_{(V)}^{(5)} > 0$ [cm]	$1.7 \times 10^{-12}$ [211]	$1.7 \times 10^{-40}$ [117,233]
			$\dot{k}_{(V)}^{(5)} < 0$ [cm]		–
		+7	$\dot{k}_{(J)}^{(6)} > 0$ [cm $^2$ ]	$7.2 \times 10^{-4}$	$3.5 \times 10^{-64}$ [117,233]
			$\dot{k}_{(J)}^{(6)} < 0$ [cm $^2$ ]		–
Hořava–Lifshitz	LI	+7	$\kappa_{\text{hl}}^4 \mu_{\text{hl}}^2$ [1/eV $^2$ ]	$1.5 \times 10^6$	–
Einstein-Æther	LI	+4	$c_+$	0.7 [234]	0.03 [126,127]

- 表4の前半(このページに挙げた分)は、重力波の伝搬から得られたもので、inspiralだけでなくmerger, ringdownも使っている
- Graviton massに対しては、太陽系実験[228]の3倍強い制限が付けられた
- EÆのようないくつかの理論は、パラメタの縮退のため分散関係から制限するのが難しいので、HanfordとLivingstonの時間差を使っている[234]

# § 3.3.1 Current tests (Table 4 後半)

Theory	GR pillar	PN	Repr. parameters	GW150914	Other bounds
Massive graviton	$m_g = 0$	+1	$m_g$ [eV]	$10^{-22}$ [214]	$10^{-29}$ – $10^{-18}$ [228–232]
Multifractional	LI				
Double special rel.	LI				
Extra dimensions	4D				
Stand. model ext.	LI				
			$\kappa_{(J)}^{(5)} < 0$	0.64	–
		+5.5	$\dot{\kappa}_{(V)}^{(5)} > 0$ [cm]	$1.7 \times 10^{-12}$ [211]	$1.7 \times 10^{-40}$ [117,233]
			$\dot{\kappa}_{(V)}^{(5)} < 0$ [cm]		–
		+7	$\dot{\kappa}_{(J)}^{(6)} > 0$ [cm <sup>2</sup> ]	$7.2 \times 10^{-4}$	$3.5 \times 10^{-64}$ [117,233]
			$\dot{\kappa}_{(J)}^{(6)} < 0$ [cm <sup>2</sup> ]		–
Hořava–Lifshitz	LI	+7	$\kappa_{\text{hl}}^4 \mu_{\text{hl}}^2$ [1/eV <sup>2</sup> ]	$1.5 \times 10^6$	–
Einstein-Æther	LI	+4	$c_+$	0.7 [234]	0.03 [126,127]

- GW150914[214] :  $m_g < 1.2 \times 10^{-22}$  eV
- 太陽系実験[228] :  $m_g$  に対する具体的な値なし
- 連星パルサー[229] :  $m_g < 7.6 \times 10^{-22}$  eV
- 銀河団観測[230] :  $m_g < 1.1 \times 10^{-29}$  eV
- 銀河中心観測[231] :  $m_g < 6.7 \times 10^{-28}$  eV
- gravitational Cherenkov radiation[232] : 理論だけ

- 表4の前半(このページに挙げた分)は、重力波の伝搬から得られたもので、inspiralだけでなくmerger, ringdownも使っている
- Graviton massに対しては、太陽系実験[228]の3倍強い制限が付けられた
- EAのようないくつかの理論は、パラメタの縮退のため分散関係から制限するのが難しいので、HanfordとLivingstonの時間差を使っている[234]

# GW170817 からの制限

- 「とても最近、BNS event (GW170817)がLHVで検出された」
  - この論文がpostされたのは2018/1/15で、GW170817の論文公開は2017/10/16
  - $\gamma$ 線から電波までの多波長のEMと同時観測 (1.7秒後)  $\Rightarrow$ 新たなGWテスト
- Conservativeに、重力波の後10秒以内に  $\gamma$ 線が放出されたとすると、重力波の伝搬速度は  $-3 \times 10^{-15} < (v_g - c)/c < 7 \times 10^{-16}$ 
  - この結果により、4次元や5次元でガリレイ共変性を持つことで宇宙の加速膨張を説明しようとした理論がたくさん殺された
  - EA理論の  $c_+$  や khronometric gravityの  $\beta_{KG}$  が  $O(10^{-15})$ で制限された
    - これまでの制限よりも13桁ほど強い
  - gravitational Lorentz violation に対し、従来の数十倍強い制限
- Shapiro遅延を用いた等価原理の検証  
ppNパラメタ  $\gamma$  に対し、 $-2.6 \times 10^{-7} < (\gamma_g - \gamma_p) < 1.2 \times 10^{-6}$

GW170817は、Vainshtein機構やいくつかの修正重力理論モデル(余剰次元、Hořava–Lifshitz、 $f(R)$  gravity, massive gravity など) に直接的な制限を与えた

## § 3.3.2 Future tests

以下の3通りの方向性とその恩恵を検討

### ①多地点観測

- event数が稼げることで結果が $\sqrt{N}$ 倍良くなる
- (偏光が測れる)
- (sky localizationの制度が上がる)

### ②低周波数検出器 (mHz帯 by 飛翔体実験)

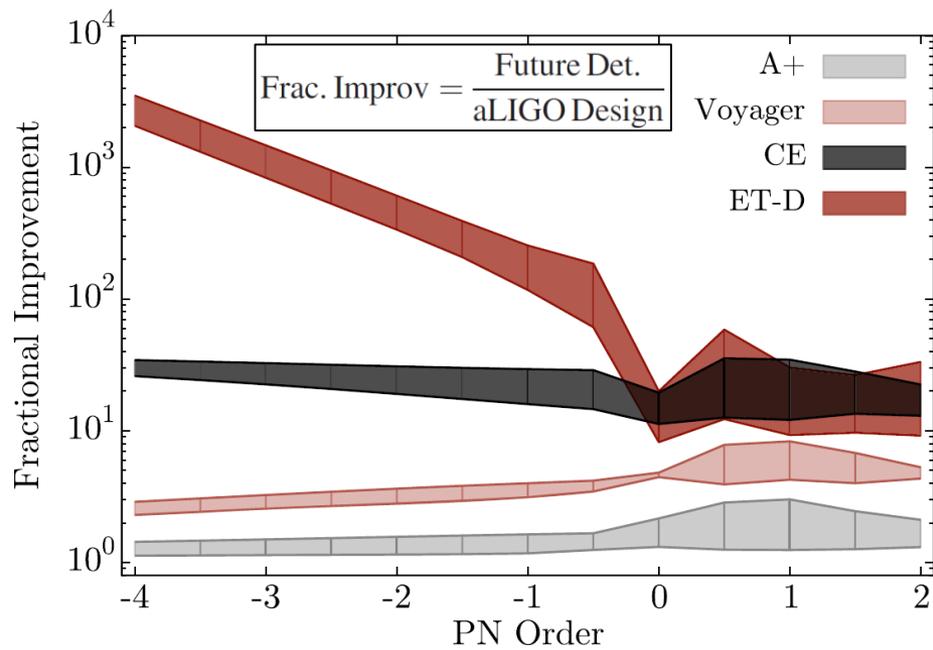
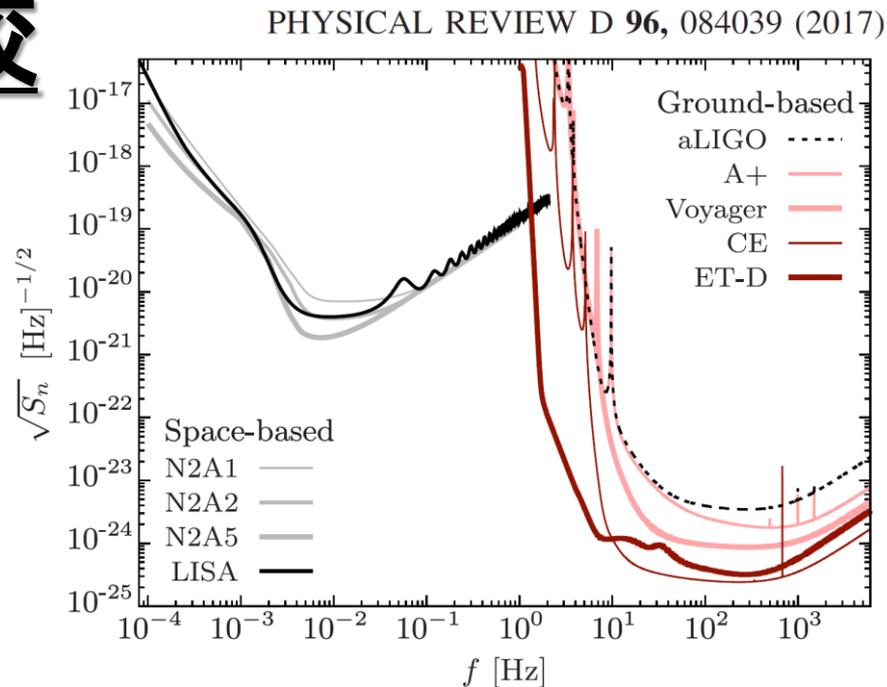
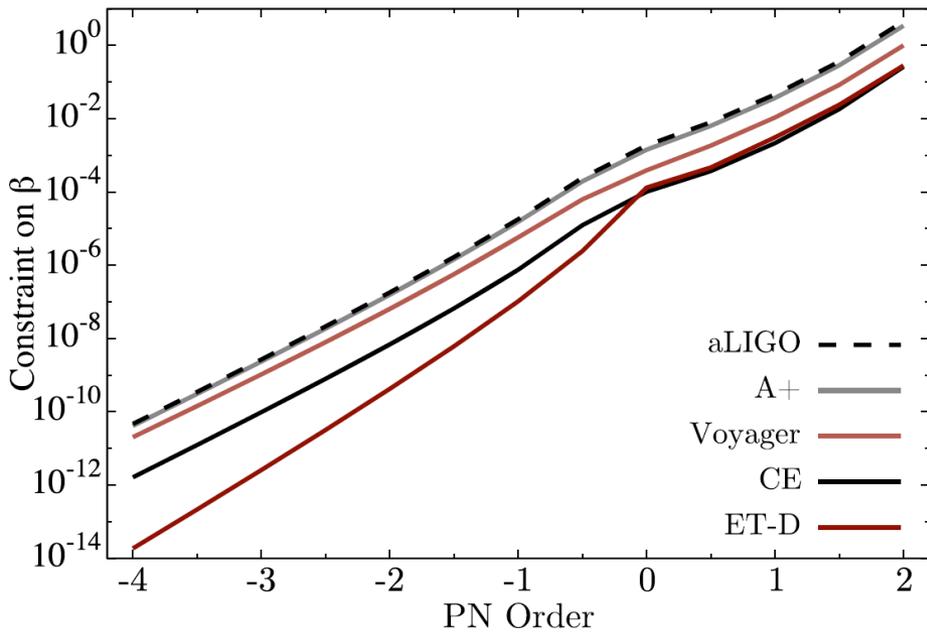
- 超高SNR (100~1000) & 超長距離(Gpc以上)
- long baseline (おそらくCBCの間の距離)はpropagation のみに有益
- 低い軌道周波数の情報は、generation と propagation の両方に有益

### ③多波長観測

- まず飛翔体検出器で分離したbinary systemをdeci-Hz帯で見つける
  - 同じ系を、地上検出器でhecto-Hz帯で合体を観測する。
- inspiral初期からmergerまで同時観測することで、理論を高精度に検証できる

# 検出器感度で比較

GW150914事象から得られるppEへの制限を、検出器ごとに比較

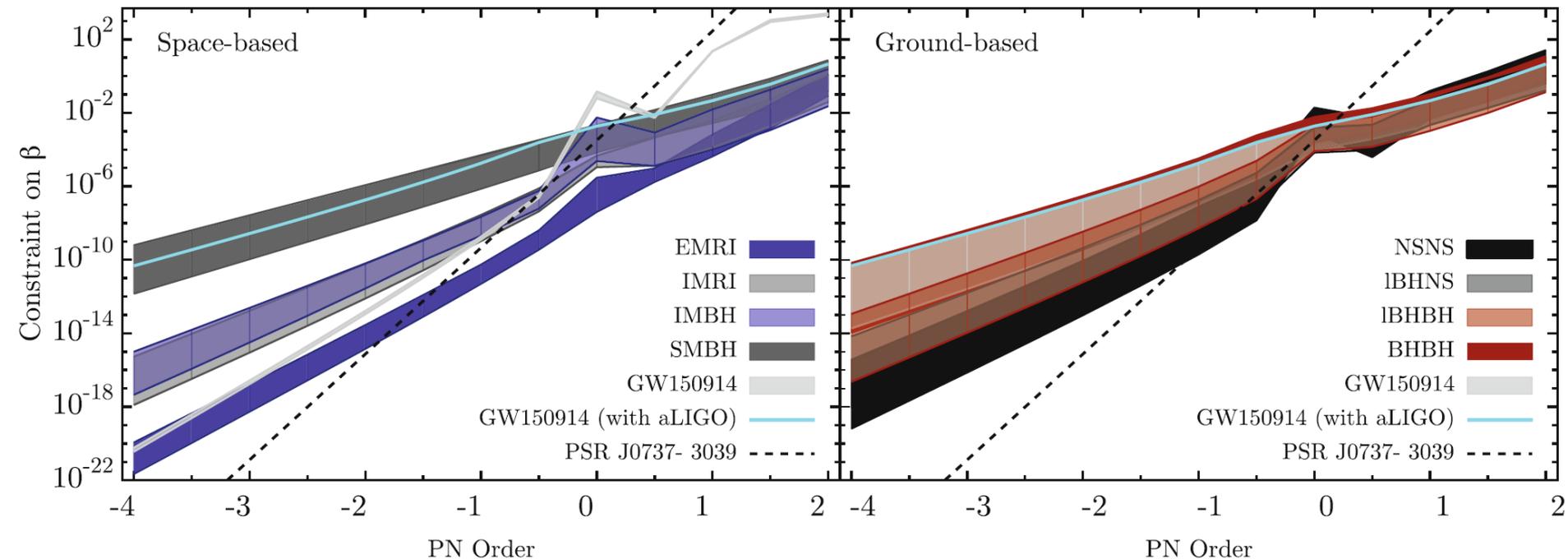


- (i) *A+*: Projected date of operation of  $\sim 2020$ , improves the level of quantum noise and coating thermal noise, increasing the observational range of aLIGO by 140%.
- (ii) *Voyager*: Projected date of operation of  $\sim 2027$ , reduces the aLIGO noise by using silicon in place of glass in mirrors and suspensions, as well as operating at a lowered temperature of 120K (rather than aLIGO's 295K), increasing the observational range of *A+* by a factor of roughly two.
- (iii) *CE*: Projected date of operation of  $\sim 2035$ , will be a new facility that is much larger than aLIGO and possibly underground, increasing the observational range of aLIGO by a factor of 10 to 100.
- (iv) *ET-D*: With a projected date of operation of  $\sim 2030$ – $2035$ , will be a new facility built underground to decrease the low-frequency noise, thus increasing the observational range of aLIGO by roughly the same amount as *CE*.

demonstrated possible with LISA Pathfinder [98]. We also consider three other previously suggested eLISA configurations with different sky-averaged, six-link sensitivity curves presented in [97] that differ only in the length of the arms (1, 2, and 5 Gm corresponding to the labels A1, A2, and A5). We only consider configurations with low acceleration noise; these correspond to the N2 configurations of [97]. Figure 1 presents the spectral noise densities for each LISA configuration we consider as a function of frequency. Each successive eLISA configuration improves the sensitivity of the instrument in the low- and middle-frequency regions, with N2A5 being the most sensitive configuration (the “classic LISA” design). All throughout we will assume a three-year mission duration.

# Sourceの種類で比較

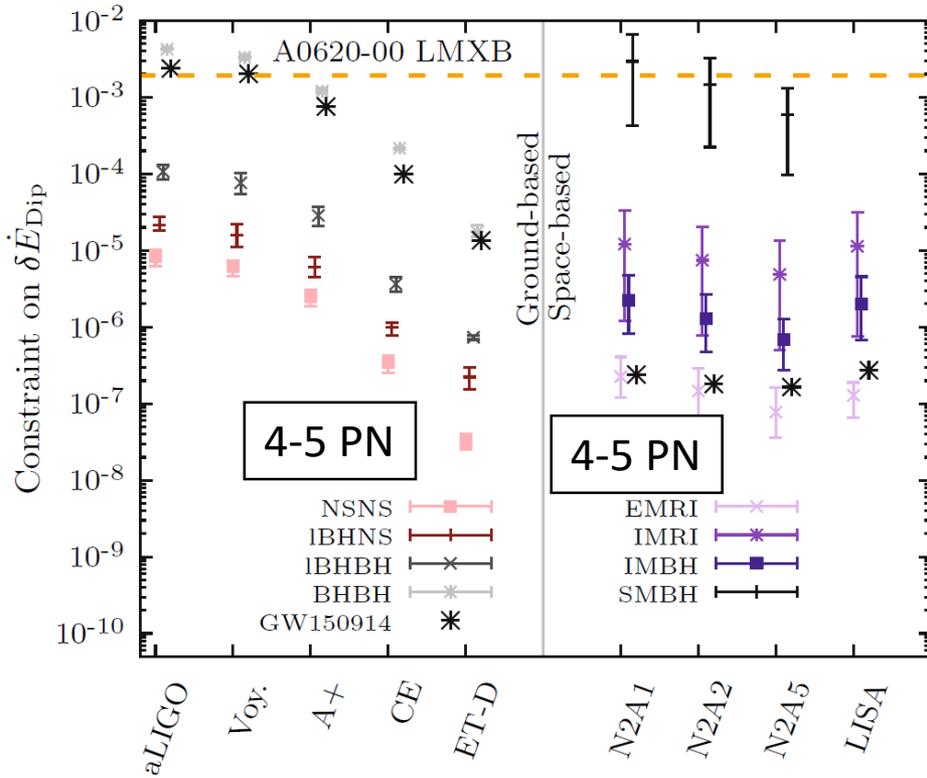
- ひとつの検出器で、inspiralのみの情報からppEパラメタに与えられる制限をsourceの種類ごとに分けて比較
- Bandは、検出器の種類による幅を表す
- 宇宙実験と地上実験では、事象数が異なる (宇宙 :  $10^2$ , 地上 :  $10^4$ )



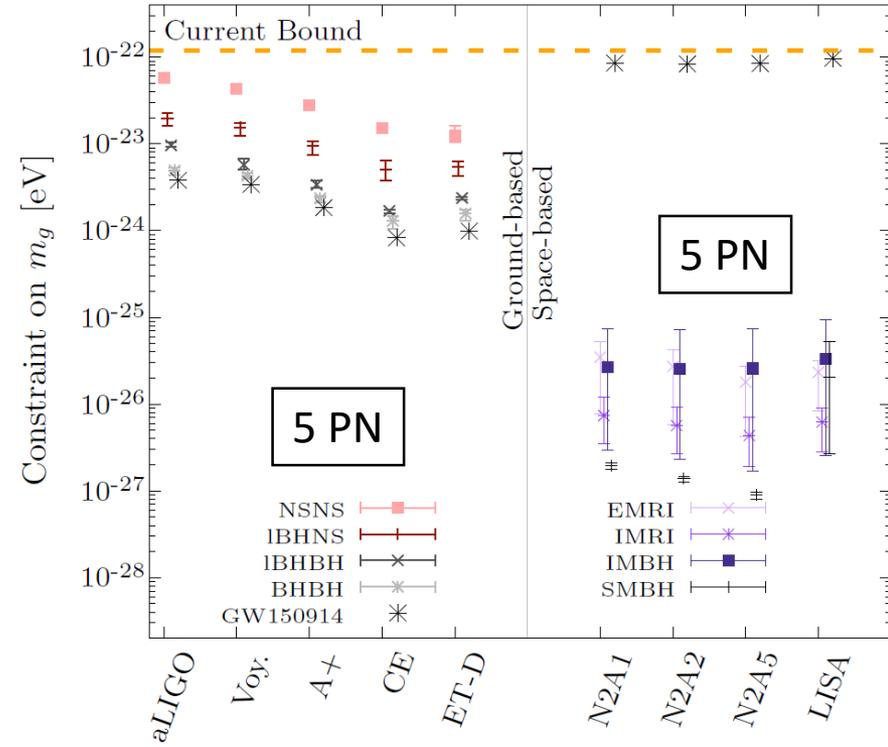
- (i) *GW150914-like systems (GW150914)*: A low mass black hole binary with moderate spins, low redshift, and a mass ratio of  $q \equiv m_2/m_1 \sim 0.8$ .
  - (ii) *Extreme mass-ratio inspirals (EMRIs)*: A low-mass black hole (with a mass between  $10\text{--}100 M_\odot$ ) inspiralling into a supermassive black hole (with a mass between  $10^5\text{--}10^7 M_\odot$ ) with moderate to high spins and a relatively low redshift.
  - (iii) *Intermediate mass-ratio inspirals (IMRIs)*: An intermediate-mass black hole (with a mass between  $10^3\text{--}10^4 M_\odot$ ) inspiralling into a supermassive black hole (with a mass between  $10^5\text{--}10^7 M_\odot$ ) with moderate to high spins and redshifts of order unity.
  - (iv) *Intermediate mass black hole binaries (IMBH)*: Two intermediate-mass black holes with masses between  $10^3\text{--}10^5 M_\odot$ , moderate to high spins, and at moderate redshift.
  - (v) *Supermassive black hole binaries (SMBH)*: Two supermassive black holes with masses between  $10^6\text{--}10^7 M_\odot$ , moderate to high spins, moderate to high redshifts, and a high mass ratio.
- (i) *Neutron star binaries (NSNS)*: A neutron star binary system with negligible spins at very low redshift.
  - (ii) *Low-mass black hole-neutron star binaries ( $\ell$ BHNS)*: A neutron star inspiraling into a stellar-mass black hole with small spins at very low redshift.
  - (iii) *Low-mass black hole binaries ( $\ell$ BHBH)*: A stellar-mass ( $5\text{--}10 M_\odot$ ) black hole binary system with small to moderate spins at small redshift.
  - (iv) *Black hole binaries (BHBH)*: A black hole binary system with masses in the tens of solar masses, small to moderate spins, and at small redshift.
  - (v) *GW150914-like binary systems (GW150914)*: As previously defined in Sec. III C 1.

# 具体的な物理量やパラメタへ制限

dipolar emission

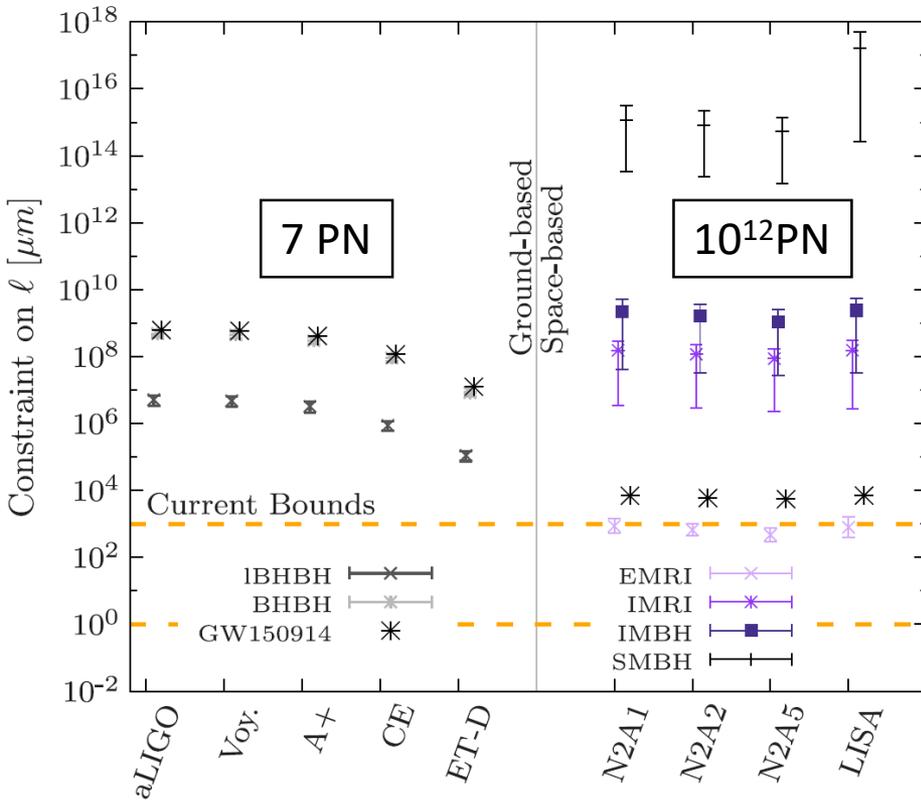


graviton mass

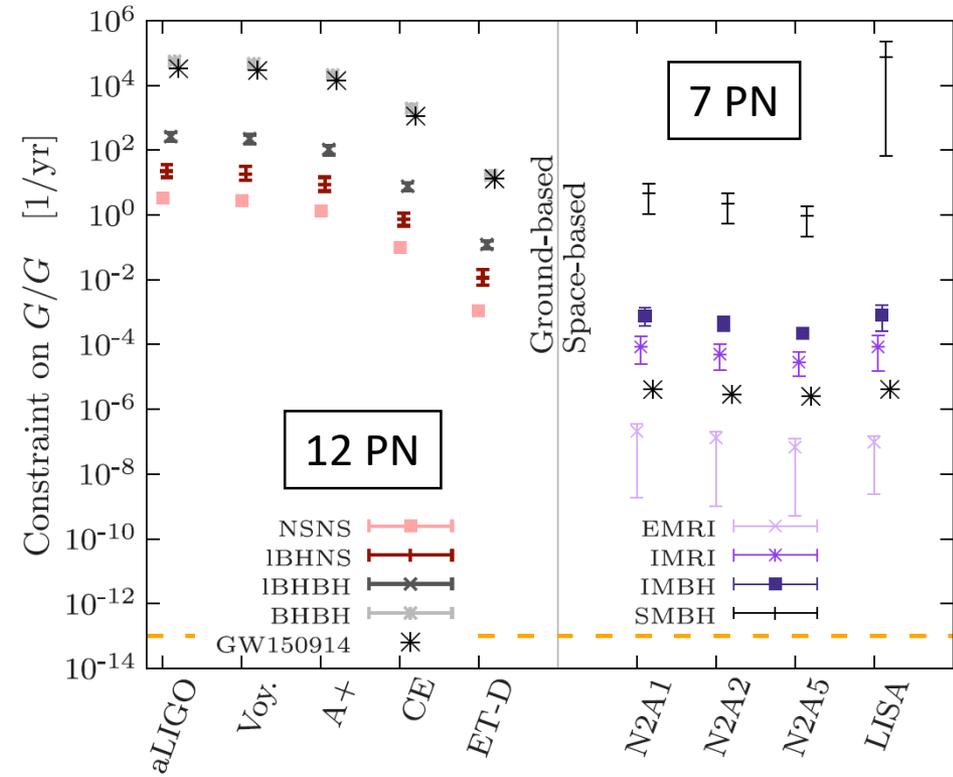


# 具体的な物理量やパラメタへ制限

large extra dimension



variability of Newton's constant  $G$



# § 5. Outlook and discussion

# § 5. Outlook and discussion

重力波を使った重力理論の検証を改善するには、non-GR効果を含む理論波形テンプレートをinspiralだけでなくmerger-ringdownでもたくさん用意することが重要。最近の発展について、この論文のpart 2で議論されている。

現行の重力波観測と修正重力理論の検証の改善案

- ① 実際のデータを使ってBayesian解析する
- ② 見つかったGW eventすべてをcombineする解析手法の開発
- ③ BNS event (GW170817)も含めて②をやる
- ④ sub-leading PN corrections を重力波波形に含める
  - EdGB
- ⑤ ゆっくり動くBH解の計算
  - Einstein-Æther, Khronometric gravity のベクトル場
- ⑥ 高離心率の軌道に対し、non-GR 波形を作る
  - dCSなどパリティを破る重力理論
- ⑦ propagationを修正したときの、generationにおける修正の重要性を明らかにする