

重力波検出器における光スクイズ技術の応用

宗宮健太郎

カリフォルニア工科大 理論天文学教室

Application of optical squeezing to gravitational-wave detectors

Kentaro Somiya

California Institute of Technology, MC 130-33, 1200 E California Blvd., Pasadena CA 91125, USA

Reduction of quantum noise is one of the main subjects to improve the sensitivity of next-generation gravitational-wave detectors. The use of squeezing techniques is expected to contribute to the improvement, and more than a few ideas have been proposed and also experimentally demonstrated. This review article introduces (i) the utility of squeezed vacuum generated by a non-linear optical device, (ii) the squeezing effect in a gravitational-wave detector due to the opto-mechanical coupling, and (iii) frequency-dependent squeezing with a filter cavity proposed for third-generation detectors.

Key Words: Interferometer, Quantum measurement, Squeezing

1 量子雑音

重力波検出を妨げる雑音源の一つに光子数の統計的な揺らぎから生じる量子雑音がある。次世代の光干渉計型重力波検出器では、観測する周波数帯の多くで量子雑音が検出感度を制限すると考えられており、量子雑音の研究とその低減化はホットなテーマである。本章では量子光学の分野で確立されたスクイズ技術の重力波検出器への応用、干渉計自体が備えるスクイズ効果、などを最新の情報をふまえて紹介する。量子論研究の産物であるスクイズ技術が、相対論研究の代表格である重力波検出に貢献する、という点にも喜びを感じながら読んでいただければと思う。

重力波検出器はマイケルソン干渉計をダークフリンジにして重力波信号を取得する。入射レーザーと鏡の揺らぎの同相成分はレーザー側へ戻り、重力波信号を含めた差動成分がダークポートに現れる。量子雑音はダークポートにおける電場の揺らぎに起因する。零光子状態の固有関数は消滅演算子であるから、ダークポートの電場(真空場)は以下の式で表される [1]:

$$\hat{E}_{\text{in}}(t) = \int_0^\infty \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_0}{\mathcal{A}c}} \hat{a}_\omega e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (1)$$

ここで $\mathcal{A}$ はビームの断面積である。自乗検波して零光子状態での期待値をとると、生成消滅演算子の交換関係:

$$[\hat{a}_\omega, \hat{a}_{\omega'}^\dagger] = 2\pi\delta(\omega - \omega') \quad (2)$$

から、真空場の揺らぎはゼロにならない。これが量子雑音の起源となる。

重力波信号は、入射したキャリア光に対する位相変調として、その上下の周波数に側帯波を形成する。異なる周波数における真空場は無相関であり、各々が雑音源となるわけであるが、上下の真空場を同相成分と差動成分に変換して扱うと都合がよい。図 1 に示すように、周波数 ω_0 のキャリア光がある周波数 Ω で揺らぐとき、それは光子数の揺らぎ(同相成分)と位相の揺らぎ(差動成分)に分けることができ、それぞれ別の経路で雑音をもたらすのである。

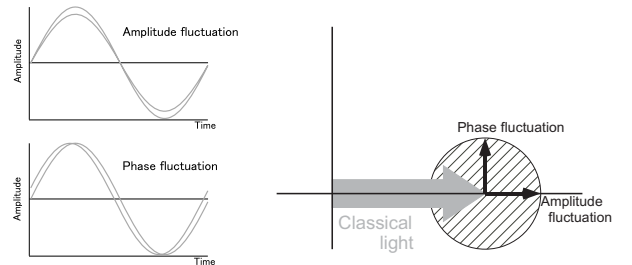


図 1: Quantum noise consists of fluctuation of the number of photons and fluctuation of the phase. Filling the area where the probability density is higher than a certain value, we obtain a circle as shown above for a coherent field.

同相成分と差動成分を直交軸にとって位相空間で議論を

すると便利である (同図右)。重力波信号は位相方向 (phase quadrature) に現れるから、重力波検出にとって真空場の差動成分は直に雑音となる。これをショットノイズと呼んでいる。信号と直交する amplitude quadrature に現れる真空場は、干渉計内におけるキャリアのパワーを変化させ、輻射圧によって鏡を差動に揺らし、位相雑音をもたらす。この輻射圧雑音とショットノイズを合わせて量子雑音と呼ぶ。

ダークポートから干渉計に入射する真空場の同相成分 $\hat{a}_1(\Omega)$ と差動成分 $\hat{a}_2(\Omega)$ は以下のように表される:

$$\hat{a}_1(\Omega) = \frac{\hat{a}_{\omega_0+\Omega} + \hat{a}_{\omega_0-\Omega}^\dagger}{\sqrt{2}}, \quad \hat{a}_2(\Omega) = \frac{\hat{a}_{\omega_0+\Omega} - \hat{a}_{\omega_0-\Omega}^\dagger}{\sqrt{2}i}. \quad (3)$$

自乗して期待値をとると同じ大きさである。レーザー光がコヒーレント状態にあることを表している。以下、 ω および (Ω) は省略し、また、2つの quadrature を基底にとってベクトル表示することにする。腕共振器を備えたマイケルソン干渉計との相互作用を求めると、干渉計から出てくる真空場は以下ようになる:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathcal{K} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} e^{2i\beta} + \frac{\sqrt{2}\mathcal{K}}{h_{\text{SQL}}} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} e^{i\beta}. \quad (4)$$

ここで、 $\mathcal{K}$ はレーザーパワーなどに比例する係数、 β は干渉計を片道通過する際の位相遅れ、 h は重力波による腕の歪みである。古典的雑音は無視する。重力波信号が現れる phase quadrature で量子雑音の大きさを歪みに換算して表すと、

$$h_n = h_{\text{SQL}} \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{K}^2 + 1}{2\mathcal{K}}} \quad (5)$$

となり、レーザーパワーに関わらず、雑音レベルがある値を超えないことが分かる。その限界値は以下の式で与えられ、

$$h_{\text{SQL}} = \sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2 L^2}} \quad (6)$$

これを標準量子限界と呼ぶ。ここで $\hbar$ はプランク定数、 m は鏡の質量、 L は干渉計の基線長である。量子雑音の研究は、この標準量子限界をどうすれば超えることができるのかをテーマとしてきたと言える。結論としては、さまざまな方法でこの限界を超えることが可能であることが理論的に分かっており、これはむしろ「標準的な考え方では超えられないと思いきや限界値」と言ってもいいかもしれない。

平成 20 年現在、標準量子限界に到達した実験例は報告されていない。式 (6) が示すように、標準量子限界は周波数が低いほど高くなるが、低周波では熱雑音などの古典

的雑音も大きく、観測が厳しくなる。また、測定対象の質量が小さいほど高くなるが、質量の小さな物体ほど古典的雑音が大きい傾向にあり、これまた厳しくなる。しかし、軽くて熱雑音の小さな材料の開発などこの分野の進展は著しく、数年以内には最初の観測例が報告されるであろうと思われる。

ところで、位置と運動量の不確定性関係によって感度が制限されることはないのだろうか。実はこれまでの議論に鏡の初期位置をあえて登場させなかった。鏡の初期位置は、測定精度を上げようとすると初期運動量による反発を受けて逆に測定制度が落ちる。位置と運動量の不確定性による量子限界が存在するのである。しかし、重力波検出器の測定対象は実際には鏡の初期位置ではなく、熱雑音などと同じく、鏡に作用する古典的な力である。古典的な力の雑音は時間と共に蓄積し、鏡の初期位置と初期運動量を覆い隠してしまう。重力波検出においては初期情報は完全に失われていると考えてよい [2]。逆に初期位置と初期運動量を観測してその量子的振る舞いを調べることは、干渉計の感度を標準量子限界に到達させる以上に難しいということになるが、不確定性原理の直接的な検証として注目される新しい研究分野である。

2 非線形光学素子を用いたスクイーズ

不確定性原理の要請から、ある周波数における a_1 と $a_2^\dagger$ の交換関係はその最小値が決まってしまうが、そのバランスを変えることでショットノイズと輻射圧雑音のどちらかを減らすことができる (もう片方は逆に増えることになる)。本節ではまず単純にショットノイズを減らすことに焦点をあてる。現行の重力波検出器では輻射圧雑音が感度を制限するほどの高出力レーザーを導入していないため、ショットノイズを減らす方向にバランスを変えることには利点が存在するのみである。

式 (3) を見ると、真空場がコヒーレント場であるのは、和周波と差周波の真空場が相関を持たないからであることが分かる。もし相関をもたすことができれば、自乗検波する際に、相関部分の符号に応じて同相成分と差動成分のどちらかはコヒーレント場の期待値より大きく、もう一方は小さくなることになる。

相関をもたせる一つの方法が、非線形光学素子にキャリア光とその倍波を入射するというものである。図 2 に示すように、キャリア周りにある和 (差) 周波の真空場と倍波のビートは差 (和) 周波と同じ周波数になり、各々の間に相関が生まれることになる。

反転非対称性をもつ特殊な結晶に電場 E を入射し、ある位相整合条件を満たすと、光パラメトリック発振という現象を起こすことができ、結晶内部の電気分極に二次

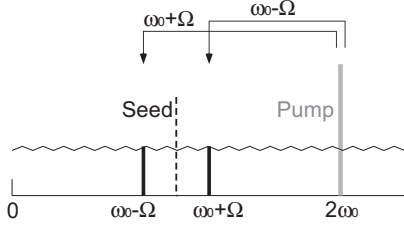


図 2: Vacuum fields around the carrier light beat with the pump light at $2\omega_0$ and this interference generates a correlation between the two vacuums.

の項が現れる:

$$P = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \dots \right). \quad (7)$$

ここで ϵ_0 は真空の誘電率である。キャリアとその倍波を入射すると、それらのビートが非線形分極率 $\chi^{(2)}$ に比例して生み出されることになる。このときのキャリア光をシード光、倍波をポンプ光と呼ぶ。ちなみに、シード光が存在するとポンプ光周りの真空場とビートして無相関な真空場を足してしまうので、シードは光でなく真空場である方がよい。強いスクイズを生成できる非線形光学結晶として KTiOPO_4 が最近よく用いられる [3]。結晶は共振器内に入れられ、ポンプ光とシードを共振させ、非線形効果を増幅させる。スクイズの強さは、デシベル (dB) で表すことが多い。光学損失がないとすれば、6 dB のスクイズでショットノイズはおよそ半分に、20 dB で 10 分の 1 になる。

重力波検出器用のスクイズ実験として最初に登場したのは豪州のグループによるもので、波長 1064 nm の連続光を用い、スクイズの大きさは約 3 dB、実現した周波数は約 5 MHz であった [4]。その後の数年間におけるスクイズ実験の進展は日進月歩で、ドイツのグループが重力波検出帯域をカバーする 10 ~ 10 kHz の範囲で 4 dB のスクイズを実現し [5]、米国のグループが実際のプロトタイプ干渉計でスクイズ場を利用して感度を向上させる実験を行なった [6]。最新の実験結果では 10 dB のスクイズが実現できている [7]。図 3 にいくつか実験結果を示す。来年にはドイツの重力波検出器 GEO に、2011 年には世界最高感度の重力波検出器である米国の LIGO にスクイズを導入する話が進んでおり、第三世代の技術と言われたスクイズが、第二世代ですでに採用される可能性が出てきている。

さて、スクイズにとって最大の敵は光学損失である。共振器内で光を蓄積することによる信号の増幅は、光学損失の増幅も同じ程度だけ伴う。鏡の位置を調整して、ある周波数で重力波信号の増幅を最大にすると、ダークポートから入射する同じ周波数の真空場は共振器内で失われ、そ

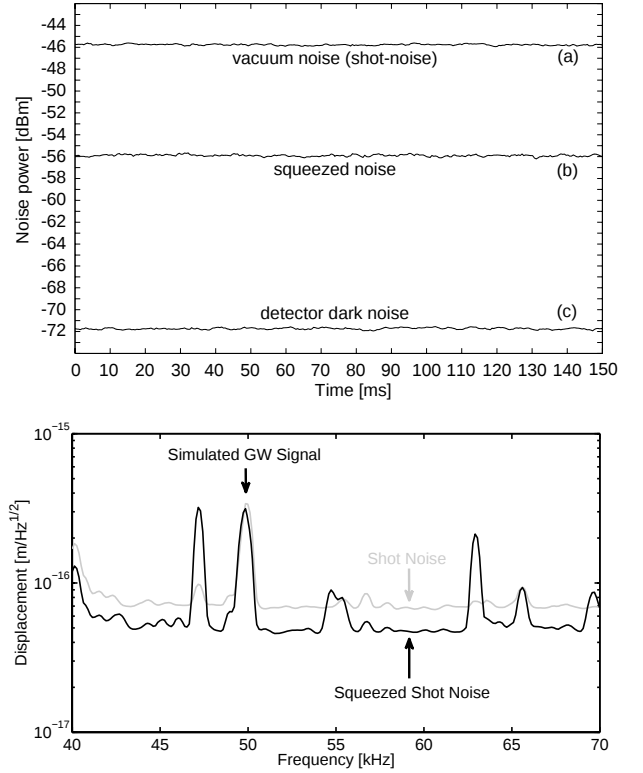


図 3: *Top*: Demonstration of 10 dB squeezing at the University of Hannover [7]. The squeezing is realized down to 1 Hz due to their effort in reducing classical light. *Bottom*: Squeezing experiment at Caltech [6]. The squeezed vacuum was injected to a prototype of a gravitational-wave detector and the sensitivity was improved at high frequencies.

れと同じ大きさをもった損失真空場がショットノイズを生み出すため、スクイズの効果は全く見えなくなる。キャリアのパワーは同じとして、仮に共振器を用いずに無限大に近い強さのスクイズを入れた場合と比較してみると、ショットノイズのレベルはほぼ同じになる。ただし、スクイズが広帯域でショットノイズを改善する一方で、共振器による信号増幅は周波数を特定しなければならいから、スクイズの方が利点があると言える。実際にはスクイズの大きさは有限であるから、光共振とスクイズの組み合わせ方を最適化することが必要となる。

光学損失は、スクイズ場を最小不確定状態ではなくしてしまう。スクイズした quadrature は損失が支配的で、それと直交する quadrature ではアンチスクイズ場が支配的となる。輻射圧雑音干渉計感度に現れる状況下では、最小不確定状態でないのは好ましくなく、スクイズの度合いはスクイザーの最大能力ではなく干渉計の光学損失に合わせて選択されるべきである。スクイズに周波数特性をもたせることでこの問題を回避することも可能であるが、周波数特性については輻射圧雑音の

説明をした後で紹介する。

3 ポンデロモーティブスクイーズ

これまでに紹介したスクイーズとは全く違った方法で生成されるスクイーズを紹介しよう。実は、干渉計内部では、真空場の同相成分が輻射圧雑音という位相雑音に変換されることで、キャリア光の上下周波数の真空場に相関が生まれており、結果としてスクイーズを生じることが理論的に分かっている。そして、このポンデロモーティブスクイーズ [8] と呼ばれる現象をうまく利用することで、標準量子限界を超えることが可能なのである。

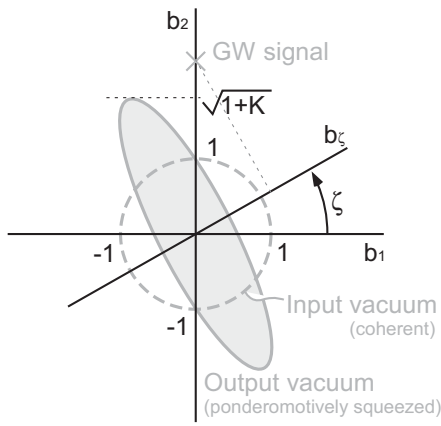


図 4: While the input vacuum field is coherent (dashed circle), the output field from the interferometer is squeezed by the radiation-pressure effect (solid ellipse). By tuning the readout quadrature, the signal-to-noise ratio to gravitational waves becomes better than that in the b_2 quadrature.

コヒーレントな真空場を干渉計のダークポートから入射すると、出力する真空場は式 (4) に従い、図 4 のようになる。信号を最大にする b_2 軸上で SN 比をとると標準量子限界を超えられないが、楕円の薄いところで信号取得すると違った結果を得られる。式 (4) の 2 つの quadrature を組み合わせて、 $b_\zeta = b_1 \cos \zeta + b_2 \sin \zeta$ で信号を取得すると、歪み感度は

$$h_\zeta = h_{\text{SQL}} \cdot \sqrt{\frac{(\mathcal{K} - \cot \zeta)^2 + 1}{2\mathcal{K}}} \quad (8)$$

となる。すなわち $\zeta = \text{arccot} \mathcal{K}$ で信号取得をすれば輻射圧雑音が現れないことになる。ただし、 $\mathcal{K}$ は周波数依存性のある量であり、 ζ を 1 つに固定すると、輻射圧雑音なくなるのは特定の周波数のみである。

現在の重力波検出器では、位相変調側帯波を参照光にしている (ヘテロダイン) ため、信号取得の quadrature が

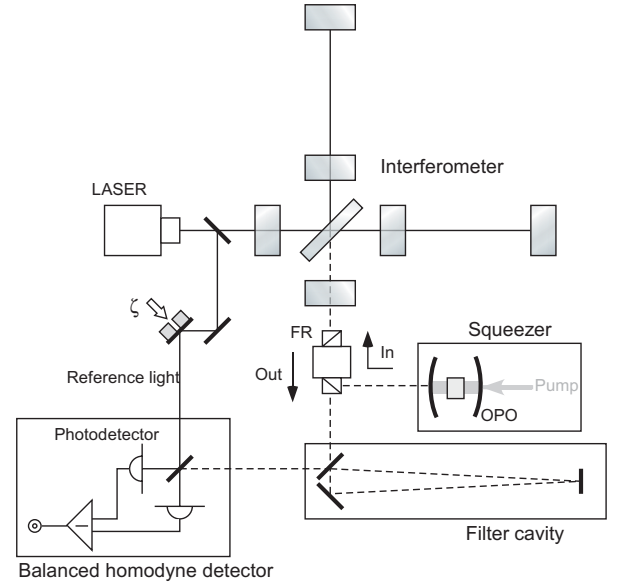


図 5: Sketch of a next-generation gravitational-wave detector with squeezing techniques. (i) A squeezed vacuum generated by a non-linear crystal is injected to the interferometer through a Faraday rotator, (ii) the output field is squeezed differently at each frequency so that it is converted to white noise by a filter cavity, and (iii) the signal and noise are compared with the reference light from the laser in the optimal quadrature.

b_2 に固定されている。これを変えるには、位相変調に強度変調側帯波を加えるか [9]、キャリア光に位相差を加えたものを参照光にする (ホモダイン) が必要になる。前者を含めたヘテロダイン検波法では、復調時に倍波周波数の真空場が混ざる影響を取り除くための工夫が必要になる [10]。後者については、キャリアを干渉計の外にピックアップして位相差をつけてから干渉計出力と干渉させる balanced-homodyne 法 (図 5) と、干渉計の両腕の不均衡により漏れ出すキャリアと同じ周波数の光を参照光にする DC-readout 法 [11] があり、どちらも同様の効果が期待できる。

ポンデロモーティブスクイーズを利用して輻射圧雑音を除去するのは、量子制御をしているに他ならない。輻射圧雑音は入射真空場の同相成分 a_1 に起因しているから、その値を測定すれば輻射圧雑音の大きさが分かる。例えば干渉計に入射する前に a_1 だけを光検出器で測定しようとする、量子性が破壊されてしまうが、信号および輻射圧雑音と同時に a_1 の大きさを測ることができれば、量子性を保ったまま a_1 を打ち消すことができる。信号取得の quadrature を b_2 軸から傾けるということは、 b_1 が含む a_1 成分を b_2 に現れる輻射圧雑音と同時に測定していることを意味し、上記の量子制御が実現できるのである。

ボンデロモータースクイズの検証実験は日本や米国などで行なわれており、数年以内には成功例が報告されると思われる。MIT のグループでは、1 g ほどの鏡で干渉計を組み、そのボンデロモータースクイズされた出力場を重力波検出器に入射する、というアイデアを提唱し、実験を行なっている [12]。結晶を用いたスクイズの方が一歩先んじているのは否めないが、面白い試みだと言えるだろう。

4 周波数依存型スクイズ

ボンデロモータースクイズが周波数依存性をもつため、スクイズ真空場を入射するにしろ、 ζ を変えるにしろ、標準量子限界を超える感度が実現できるのは、選択した周波数付近の狭い帯域に限られる (図 6 に各々の量子雑音スペクトルを示す)。この問題を解決するため、光共振器の出力に周波数応答があることを利用したフィルターキャビティというアイデアが提唱されている [1]。図 5 のように干渉計の出力ポートに共振器を配置し、 $\cot \zeta = \mathcal{K}$ を全周波数で満たすような理想的なフィルターが実現できれば、図 6 上段の破線で示すような、輻射圧雑音が全く現れない感度曲線を得ることができる。また、スクイザーの後でフィルターすれば、図 6 下段の破線のような感度曲線を得ることができる。ショットノイズが支配的な周波数帯ではスクイズを、輻射圧雑音が支配的な周波数帯ではアンチスクイズを入射するわけである。

実際は、 $\mathcal{K}$ がポールを 4 つもった関数なので、理想的なフィルターを実現するには、図 5 に示したような単純な共振器ではなく、複数の共振器が必要になる [13]。また、低周波にポールをもつ共振器をつくるには、光の滞在時間を長くしないといけないが、フィルターの光学損失はスクイズ効果を妨げるため、共振器内で何度も反射させることは許されず、基線長の大きなフィルターが要求される。

ところで、標準量子限界を超える方法の一つに、光パネを用いた干渉計がある。共振器内の鏡のマクロな位置を調整すると、鏡のミクロな位置に比例した輻射圧が復元力となり、パネを形成するのである。このパネの共振周波数では、信号の増幅がボンデロモータースクイズの増幅よりも急であるため、検出器感度が標準量子限界を超える。光パネは第二世代重力波検出器の技術として確立されているが、実は光パネと結晶スクイズをそのまま組み合わせると、複雑な周波数応答のためにスクイズの利点が失われることが分かっており、フィルターキャビティの重要性が再認識されている。光パネについては、参考文献 [14] などを参照してほしい。

以上、スクイズ技術を中心に重力波検出器における

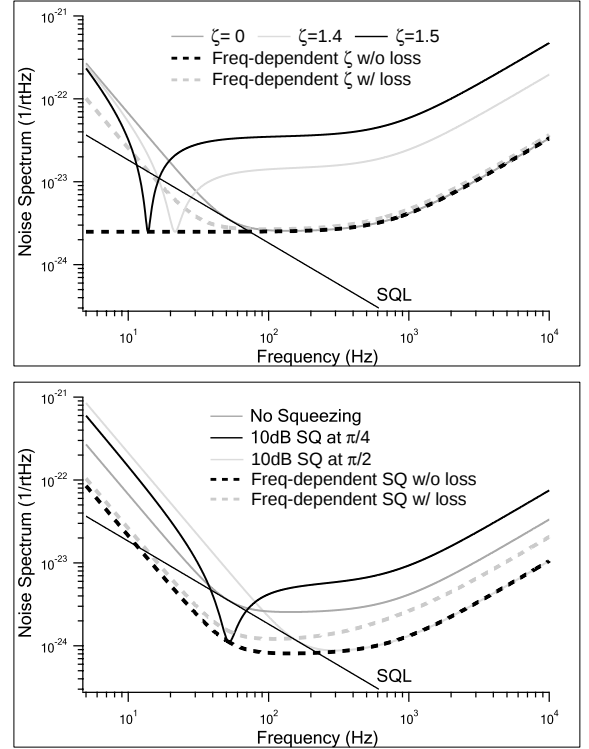


図 6: Quantum noise spectra with the readout quadrature ζ being tuned (*top*), and with the squeezing angle being tuned (*bottom*). The sensitivity can be improved in broadband if these values are optimally chosen at each frequency using the filter cavity. Here the parameters are those for Advanced LIGO, a second-generation detector in USA.

量子雑音研究を紹介した。結晶を用いたスクイズ生成以外については、実験よりも理論が先行しているが、数年以内と予想される量子的輻射圧雑音の検出が実現すれば、さまざまな理論の検証および新しいアイデアの実践が可能となる。まさにこれから面白いフェーズへ突入する研究分野である。

最後に、本原稿の執筆に際して協力してくださった UCLA の合田圭介博士と、執筆者の支援元である日本学術振興会に感謝の意を表したいと思います。

参考文献

- [1] H. J. Kimble, Y. Levin, A. B. Matsko, K. S. Thorne, and S. P. Vyatchanin, Phys. Rev. D **65**, 022002 (2001)
- [2] V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, F. Ya. Khalili, A. B. Matsko, K. S. Thorne, and S. P. Vyatchanin, Phys. Rev. D, **67**, 082001 (2003)
- [3] T. Aoki, G. Takahashi, and A. Furusawa, Opt. Express, **14**, 6930 (2006); K. Goda, E. E. Mikhailov, O. Miyakawa, S. Saraf, S. Vass, A. Weinstein, and N. Mavalvala, Opt. Lett., **33**, 92 (2008)

- [4] K. McKenzie, D. A. Shaddock, D. E. McClelland, B. C. Buchler and P. K. Lam, Phys. Rev. Lett. **88**, 231102 (2002)
- [5] H. Vahlbruch, S. Chelkowski, B. Hage, A. Franzen, K. Danzmann, and R. Schnabel, Phys. Rev. Lett. **97**, 011101 (2006)
- [6] K. Goda, O. Miyakawa, E. E. Mikhailov, S. Saraf, R. Adhikari, K. McKenzie, R. Ward, S. Vass, A. Weinstein, and N. Mavalvala, Nature Physics, **4**, 472 (2008)
- [7] H. Vahlbruch, M. Mehmet, S. Chelkowski, B. Hage, A. Franzen, N. Lastzka, S. Gößler, K. Danzmann, and R. Schnabel, Phys. Rev. Lett. **100**, 033602 (2008)
- [8] V. B. Braginsky and A. B. Manukin, Sov. Phys. JETP, **25**, 653 (1967)
- [9] K. Somiya, Phys. Rev. D, **67**, 122001 (2003)
- [10] A. Buonanno, Y. Chen, and N. Mavalvala, Phys. Rev. D, **67**, 122005 (2003)
- [11] K. Somiya, Y. Chen, S. Kawamura, and N. Mio, Phys. Rev. D, **73**, 122005 (2006)
- [12] T. Corbitt, Y. Chen, F. Khalili, D. Ottaway, S. Vyatchanin, S. Whitcomb, and N. Mavalvala, Phys. Rev. A, **73**, 023801 (2006)
- [13] P. Purdue and Y. Chen, Phys. Rev. D, **66**, 122004 (2002)
- [14] A. Buonanno and Y. Chen, Phys. Rev. D, **67**, 062002 (2003); O. Miyakawa *et al*, Phys. Rev. D, **74**, 022001 (2006)