

# TAMA RSE 実験において必要な変調指数の見積もり

平成 20 年 4 月 11 日

辰巳大輔

## 1. 導入

TAMA RSE では Signal Extraction Mirror が追加されるため、制御すべき自由度が 1 つ増える。このために位相変調器を追加する必要があるが、この位相変調器に要求される変調指数について見積もるのが本レポートの目的である。

## 2. Recycling Gain

新井レポートに倣い、finesse simulator を用いて Recycling Gain と Dark Port の光量を計算してみた。

表 1. Recycling Gain

(Finesse: TAMA RSE 研究会標準パラメータ)

	Carrier	S1 15.235 MHz	S2 76.175 MHz
TAMA as of DT9	4.79	4.32	---
High Gain Recycling	13.04	15.44	---
TAMA RSE	13.04	19.76	6.31

(Finesse: Near Mirror Reflectivity: 0.9880 → 0.9879)

	Carrier	S1 15.235 MHz	S2 76.175 MHz
TAMA as of DT9	<b>4.48</b>	4.32	---
High Gain Recycling	<b>10.07</b>	15.43	---
TAMA RSE	<b>10.07</b>	19.73	6.30

(Arai's results)

	Carrier	S1 15.235 MHz	S2 76.175 MHz
TAMA as of DT9	<b>4.64</b>	4.92	---
High Gain Recycling	9.73	18.6	---
TAMA RSE	9.73	23.4	8.52

「TAMA RSE 研究会標準パラメータ」だと 13 で、これは最大でも 13 程度しかいかないという値だと思われる。腕共振器の実際の反射率を基にした新井さんの計算では 10 程度。Finesse 計算の Near Mirror 反射率 0.9979 は Recycling Gain が 10 程度になるように辰巳がパラメータを恣意的に変えた結果なので参考程度に。

### 3. Dark Port 光量

Dark Port へ漏れてくるサイドバンドの光量を知りたいのだが、後々の便利のために透過率として表にまとめておく。

表 2. Sideband Transmissivity to Dark Port

(Finesse: TAMA RSE 研究会標準パラメータ)

	Carrier	S1 15.235 MHz	S2 76.175 MHz
TAMA as of DT9	---	0.31 = 9.2/29.5	---
High Gain Recycling	---	0.46 =13.7/29.5	---
TAMA RSE	---	0.11 = 0.8/ 7.4	0.92 =6.8/ 7.4

(Finesse: Near Mirror Reflectivity: 0.9880 → 0.9879)

	Carrier	S1 15.235 MHz	S2 76.175 MHz
TAMA as of DT9	---	<b>0.31</b> = 9.2/29.5	---
High Gain Recycling	---	0.46 =13.7/29.5	---
TAMA RSE	---	<b>0.11</b> = 0.8/ 7.4	<b>0.92</b> =6.8/ 7.4

(Arai' s results)

	Carrier	S1 15.235 MHz	S2 76.175 MHz
TAMA as of DT9	---	<b>0.354</b>	---
High Gain Recycling	---		---
TAMA RSE	---		<b>0.98</b>

新井計算は透過率が 0.35 と 0.98 であるが 10% の精度では finesse と一致しているの  
で、変調指数の大雑把な見積もりには支障なしとする。(本当はもう少しチェックしたほう  
が良いかも)

### 4. TAMA DT9 当時の Junk 光量

DT9 当時の変調指数が 0.35 であったことが分かっている。

新井レポートにあるように、変調指数が Junk 光量とサイドバンド光量が等しくなるよう  
に最適化されていたと仮定すると、、、。

$$P_0 = 2W \text{ (レーザー光量)}$$

$$J_1(0.35) = 0.1717$$

$$\text{(Upper + lower sideband 光量)} = P_0 * J_1(0.35)^2 * 2 = 118 \text{ mW}$$

$$\text{(Dark Port に漏れてくる光量)} = 118 * 0.31 = 37 \text{ mW}$$

これより DT9 当時の Junk 光量は 37 mW と見積もられる。

## 5. TAMA RSE における Junk 光量の見積もり

これも新井レポートにあるように、Junk 光量は Carrier の Recycling Gain に比例すると仮定する。

Recycling Gain の増加率は DT9 → TAMA RSE で  $10.97/4.48 = 2.45$

およそ 2 - 2.5 程度だと思われるので  $37 \text{ mW} * 2.45 = 91 \text{ mW}$

Junk 光が 90 mW ですかあ、それはそれで大変。そんなパワー受けられないよお。

## 6. 必要な変調指数

TAMA RSE では重力波信号を 15.235 MHz 復調信号からではなく、76.175 MHz 復調信号から取得する。TAMA RSE におけるサイドバンド透過率は 0.92 なので、MC 出射パワーで  $91/0.92 = 99 \text{ mW}$

片側サイドバンドの振幅にすると  $(0.099/2)^{0.5} = 0.22$

位相変調器の配置を Mach-Zehnder 干渉計型にするので、変調振幅は  $J_1(m) / 2$  と通常の半分しか変調がかからない。

$$P_0^{0.5} * J_1(m) / 2 = 0.22$$

$$J_1(m) = 0.314$$

$$m = 0.66$$

現在使用中の 15.235 MHz の EOM は 10 Vpp 印加時に  $m = 0.45$  なので、変調指数が足りない。

~~変調指数が2倍足りないと、感度は4倍悪化する。~~

## Junk 光と最適変調指数

平成 20 年 4 月 14 日

辰巳大輔

### 1. ショットノイズと変調指数

Pound-Drever-Hall 法による信号取得では信号  $S$  は

$$S \propto (\text{carrier 振幅}) * (\text{sideband 振幅})$$

に比例する。

例えば、位相変調器に振幅  $E_0$  の光を入射すると、出射光 carrier 振幅は  $E_0 * J_0(m)$  となり、sideband 振幅は  $E_0 * J_1(m)$  (片側 sideband のみ) となる。

実際は出射 carrier power に、Recycling Gain や Finesseなどを掛けると Arm cavity 内 Power となり、重力波と相互作用する光子の数が推定できる。重力波によって生じる Dark Port の carrier 振幅はこれらに依存するが、全て変調指数には依らないのでここでは定数項とみなしてよい。よって

$$(\text{carrier 振幅}) \propto J_0(m)$$

とする。

一方、sideband は検出ポートへの透過率  $T_{sb}$  を用いると

$$(\text{sideband 振幅})^2 = 2 * P_0 * J_1(m)^2 * T_{sb} \text{ である。}$$

\*\* 2 倍は upper sideband + lower sideband を考慮したため。

この時 Dark Port における Shot noise ( $N$ ) は

$$N \propto (\text{Photo Detector 入射光量})^{0.5}$$

である。

$$\begin{aligned} S/N &\propto J_0(m) * (2 * P_0 * J_1(m)^2 * T_{sb})^{0.5} / (2 * P_0 * J_1(m)^2 * T_{sb})^{0.5} \\ &= J_0(m) \end{aligned}$$

**$S/N$  は  $m=0$  で最大となる。**

## 2. Junk 光と変調指数

1章での議論は Dark port において Carrier が 0 であるという理想的な場合の計算であった。しかし実際は干渉計のコントラストなど様々な要因により、Junk 光と呼ばれる不要な光が存在する。この場合、

$$S/N \propto J_0(m) * (2 * P_0 * J_1(m)^2 * T_{sb})^{0.5} / (2 * P_0 * J_1(m)^2 * T_{sb} + P_{junk})^{0.5}$$

TAMA DT9 当時の値として

$$P_0 = 2 \text{ Watts}$$

$$T_{sb} = 0.31$$

$$P_{junk} = 0.037 \text{ Watts}$$

と仮定すると図 1 の緑線で示したような変調指数依存性を示す。

また TAMA RSE では

$$P_0 = 2 \text{ Watts}$$

$$T_{sb} = 0.98$$

$$P_{junk} = 0.091 \text{ Watts}$$

さらに、Mach-Zehnder 干渉計型の位相変調器配置となるためサイドバンドの振幅は半分となること考慮すると、変調指数依存性は赤線となった。

表 1 : 変調指数と S/N (\*)

変調指数 m	DT9	TAMA RSE
0.35	0.875	0.732
<b>0.64</b>	<b>1.000</b>	0.974
<b>0.79</b>	0.982	<b>1.000</b>

\* Normalized Signal-to-Noise ratio

TAMA RSE において、最適変調指数は  $m = 0.79$

変調指数  $m = 0.35$  しか得られない場合、S/N は 73 % に悪化する。

### 3. Junk 光量

$P_{\text{junk}} = 0.037$  Watts は Junk 光量と sideband 光量が等しいと仮定して推定した値である。もし  $m=0.35$  に対して S/N が最適化されていたとすると

$P_{\text{junk}} = 0.0038$  Watts と上記の 1/10 程度となる。

**この問題は感度に直結する重要な話なので、干渉計が動作するようになったら Junk 光量の測定、変調指数の最適化を行うべし。**

