

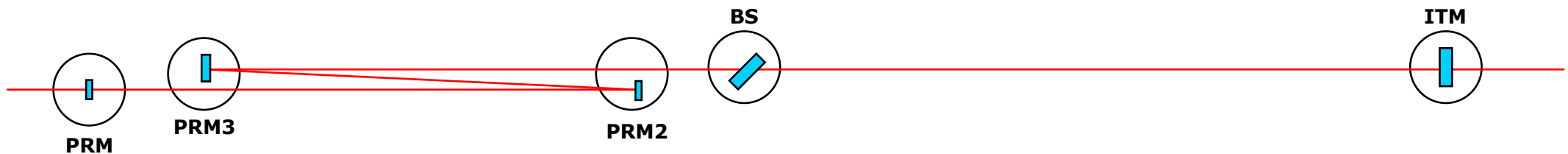
LCGT PRC/SRC folded design

2009年までの LCGT design では Power Recycling Cavity (PRC) および Signal Recycling Cavity (SRC) とともに one round-trip での gouy phase shift が 1.2 度となっており、Input Test Mass (ITM) と PRM, SRM の角度変動の分離が困難であることが分かっている。[1]

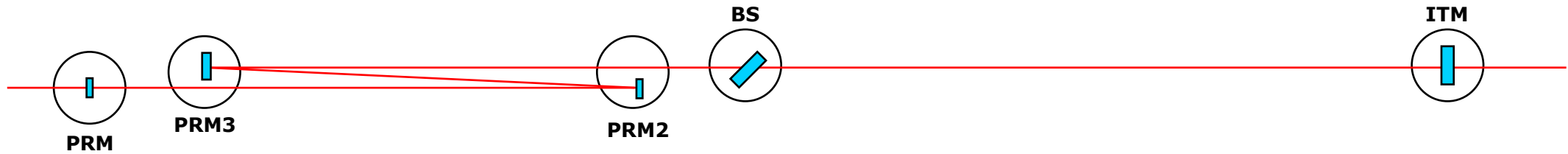
ここでは Advanced LIGO での議論を元に、ざっくりと **gouy phase shift 20 度** を満たすように cavity 内に gouy phase telescope (レンズ) を挿入することを考える。

ITM の anti-reflection coating (AR) 側に曲率を持たせてレンズとしての役割を果たさせる **unfolded design** については宗宮君のレポート (JGW-T1000092) があるので、ここでは下図で示すような 2 つのレンズを挿入しビームを折り返す **folded design** について考えた。

[1] S. Sato, J. of Phys: Conf Ser, 122, 2008, 012025



Section 1: Searching for lens combinations without astigmatism



Constraint :

PRC length (ITM-PRM) 73.3 m

BS-ITM >25 m
(BS should be enough far from cooled ITMs not to heat up by 300K thermal radiation.)

Tank Separation >3 m
(At the request from vacuum group, all of 2m diameter tanks should be separated at least 3 meter.)

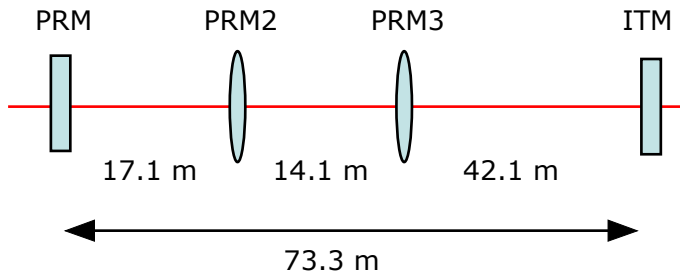
なるべく lens1-lens2 間および lens2-PRM 間は長くしたい。

0次案として非点収差のことは忘れて設計する。



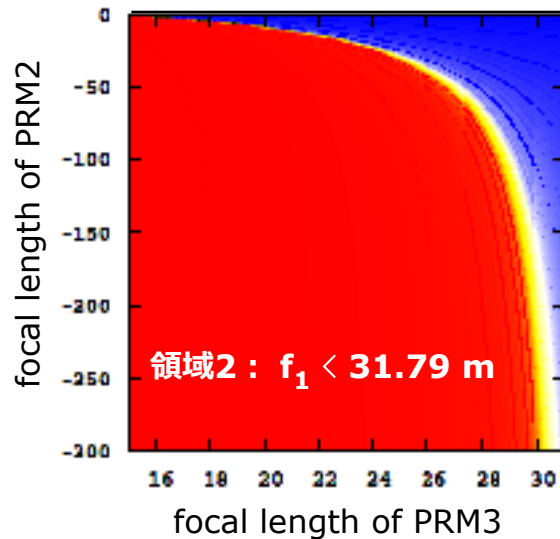
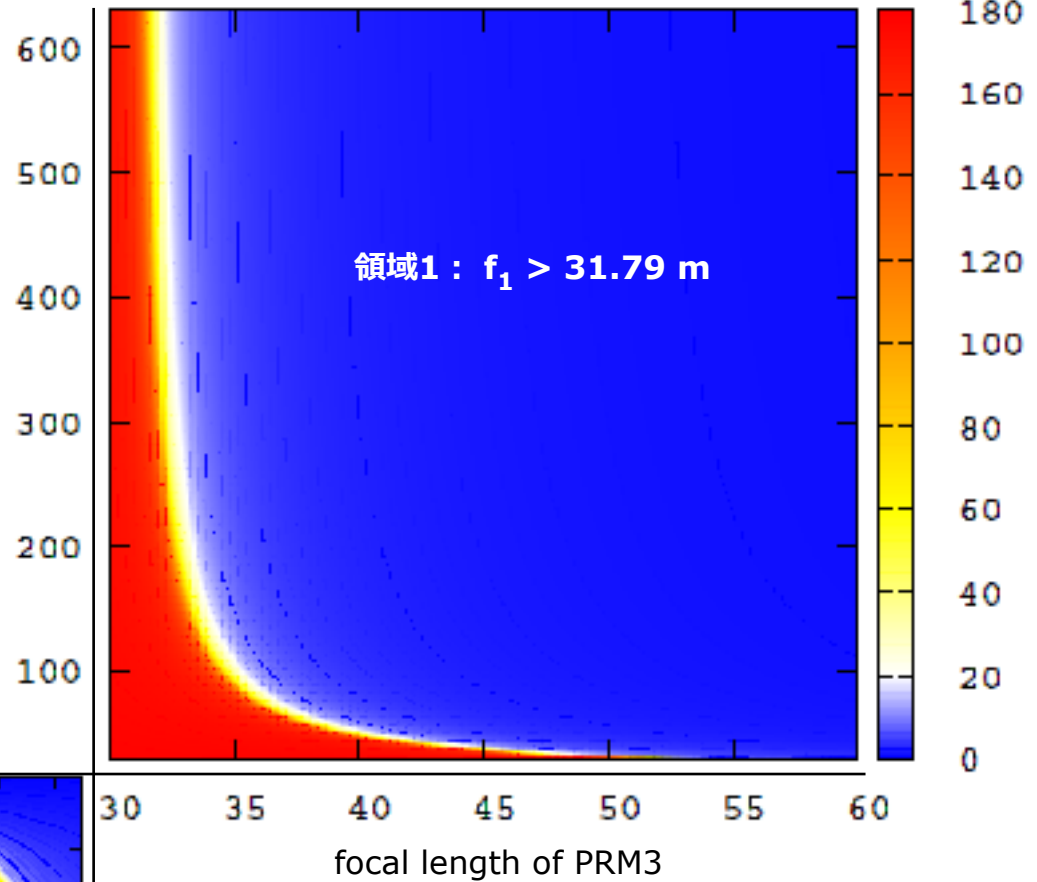
一意にレンズ位置が決まる。

Folded PRC design



レンズ位置を決めて、反射型レンズと透過型レンズに取り替えて、折り返しを展開すると上記のようになる。
 後は PRM2, PRM3 の焦点距離を free parameter として gouy phase shift が 20 度となる組み合わせを探す。

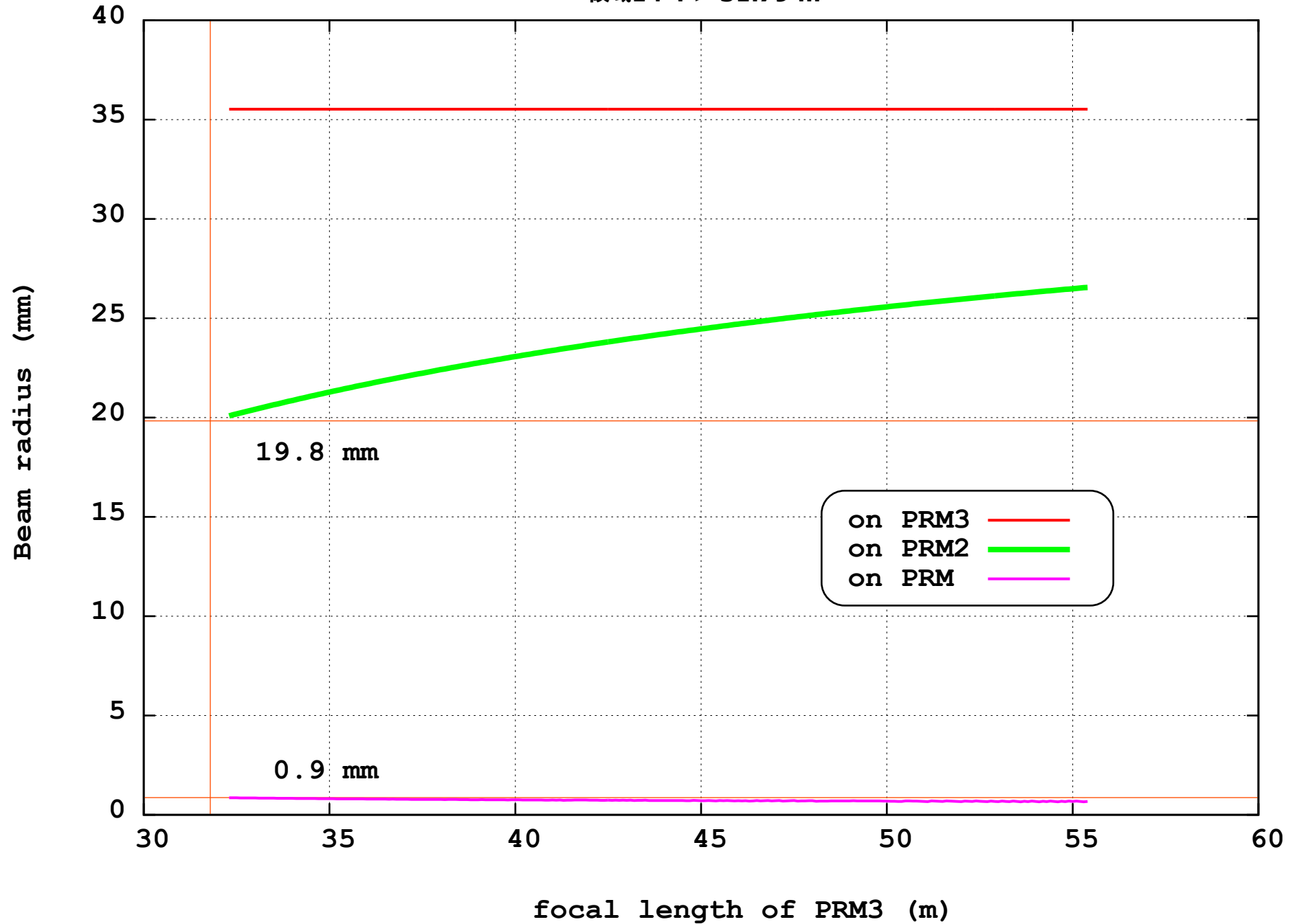
focal length of PRM2



ここでは lens2の焦点距離が $+\infty$ or $-\infty$ なので lens2 なしと同じ。

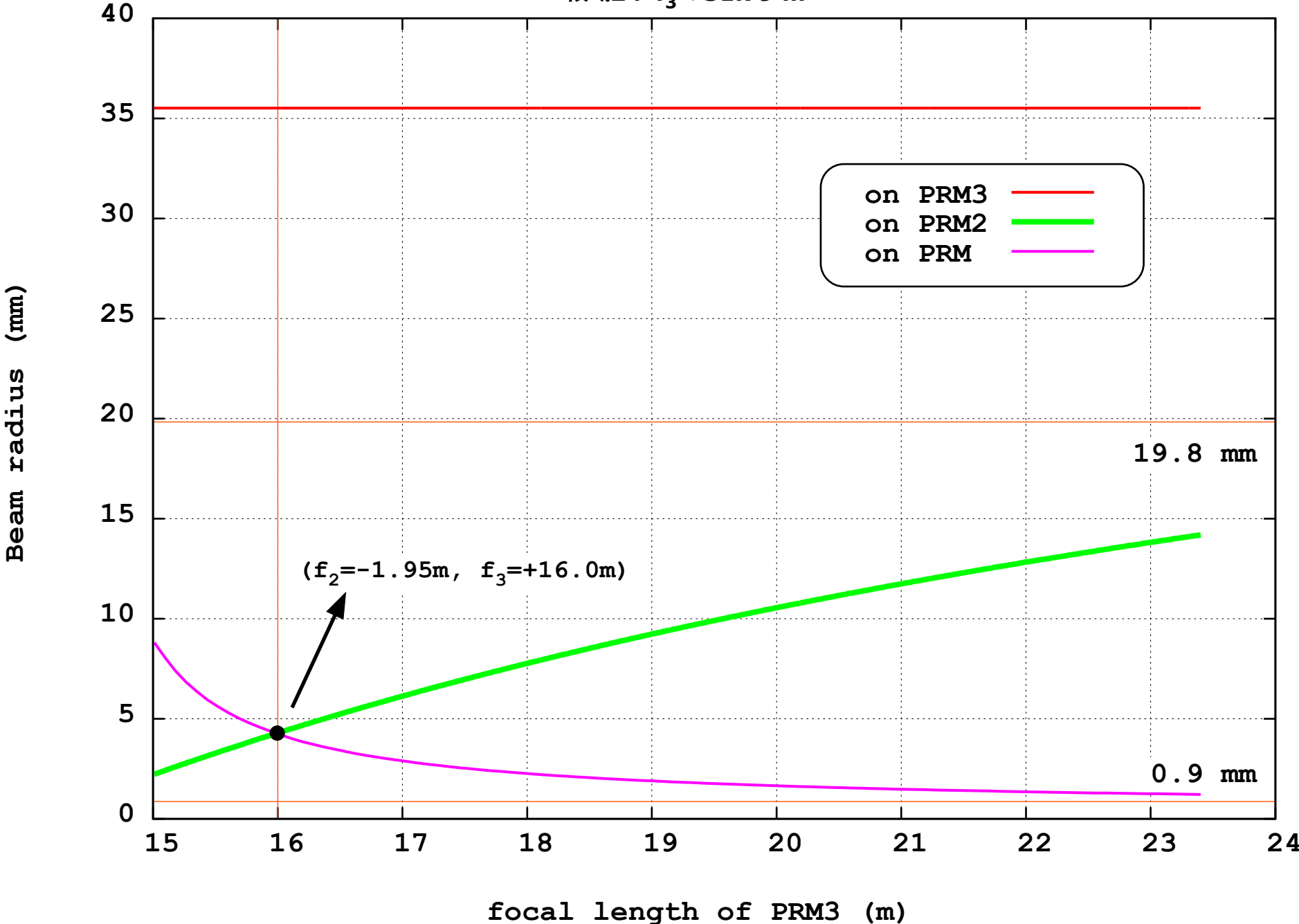
Folded PRC design

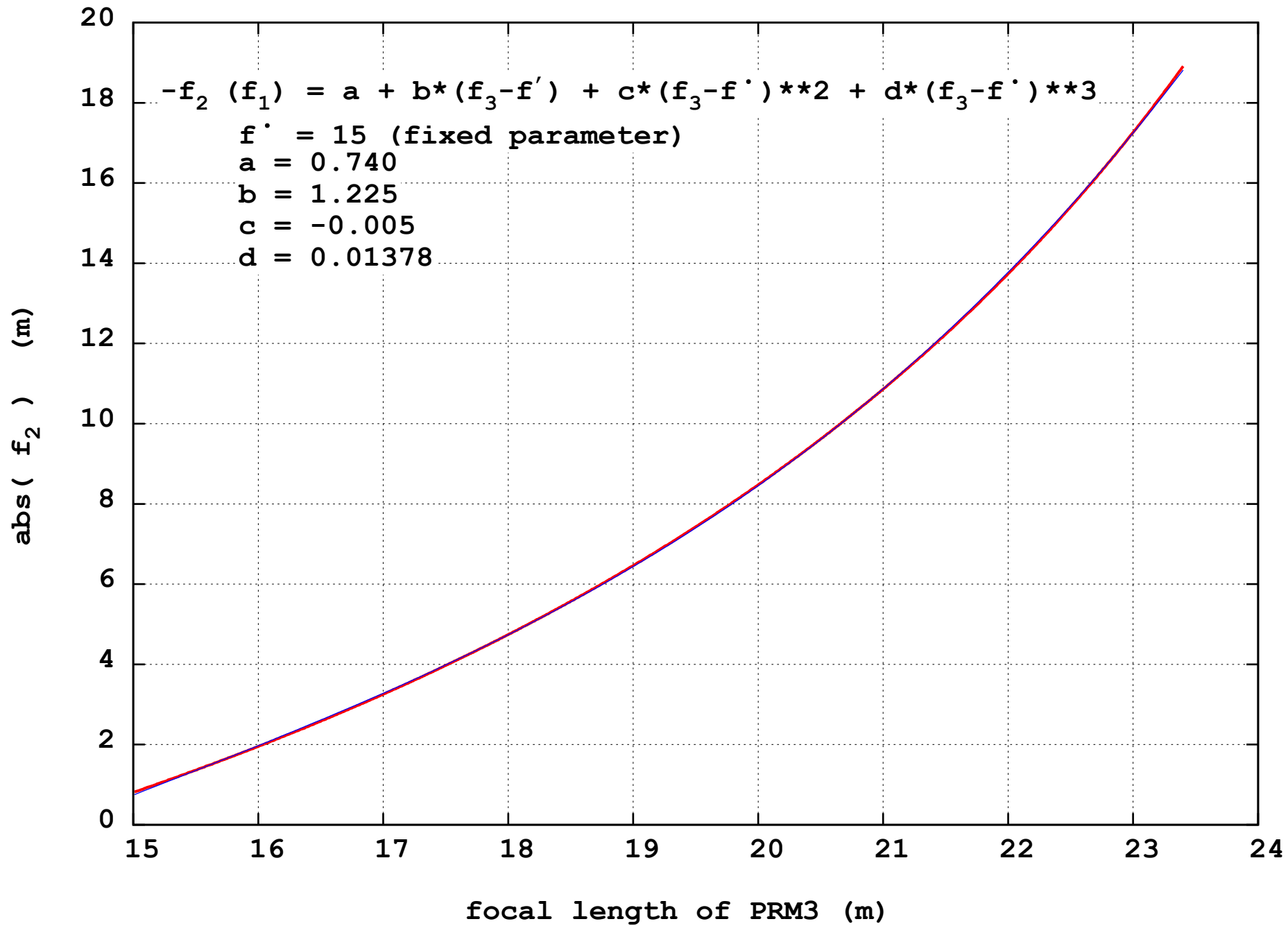
領域1 : $f > 31.79$ m



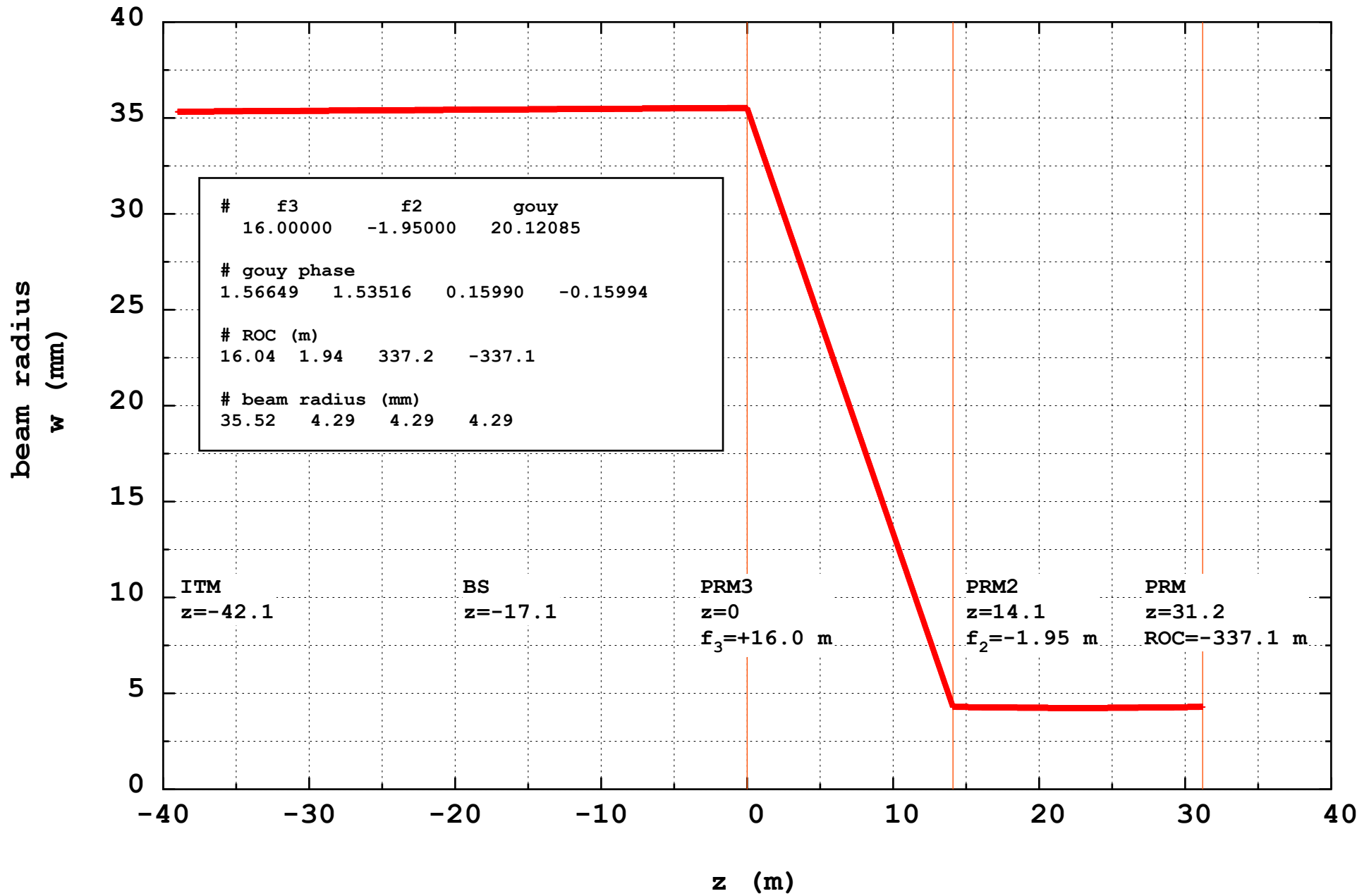
Folded PRC design

領域2 : $f_3 < 31.79$ m





Folded PRC design



結果の考察

* PRM3 の焦点距離が 31.79 m を超えるかどうかで、2つの領域の組み合わせがある。
($f_3 = 31.79$ m の時、PRM2 は平面鏡となる。)

* 領域1 : $f_3 > 31.79$ m では $f_2 > 0$ となり、PRM 上のビーム半径は $f_3 = 31.79$ m の時より大きくなる。 ($w_{\text{PRM}} < 0.9$ mm)

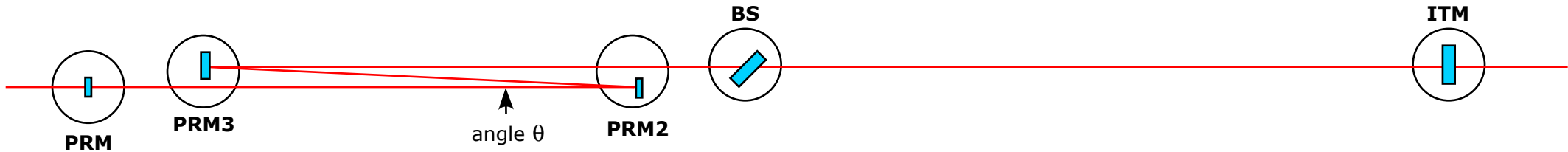
unfolded design の場合 $w_{\text{PRM}} = 2.06$ mm なので、やはりビーム径は小さい。

* 領域2 : $f_3 < 31.79$ m では $f_2 < 0$ となり、PRM 上のビーム半径は大きくなる。
それに反して PRM2 上でのビーム半径は小さくなる。

例えば、1つの design として PRM と PRM2 上のビーム径が等しくなるような組合せを選ぶと

$f_3 = 16$ m, $f_2 = -1.95$ m となる。

Section 2: Evaluation of astigmatism effect



Folded power recycling cavity (PRC) design has astigmatism due to reflection angles θ at lens optics.
The effect is evaluated by using mode mis-matching as follows

waist of the arm cavity (Z_{RC}, d_C) \rightarrow beam transform through two lenses of f_3, f_2 \rightarrow incident beam mode to PRM

\rightarrow reversely beam transform with astigmatism

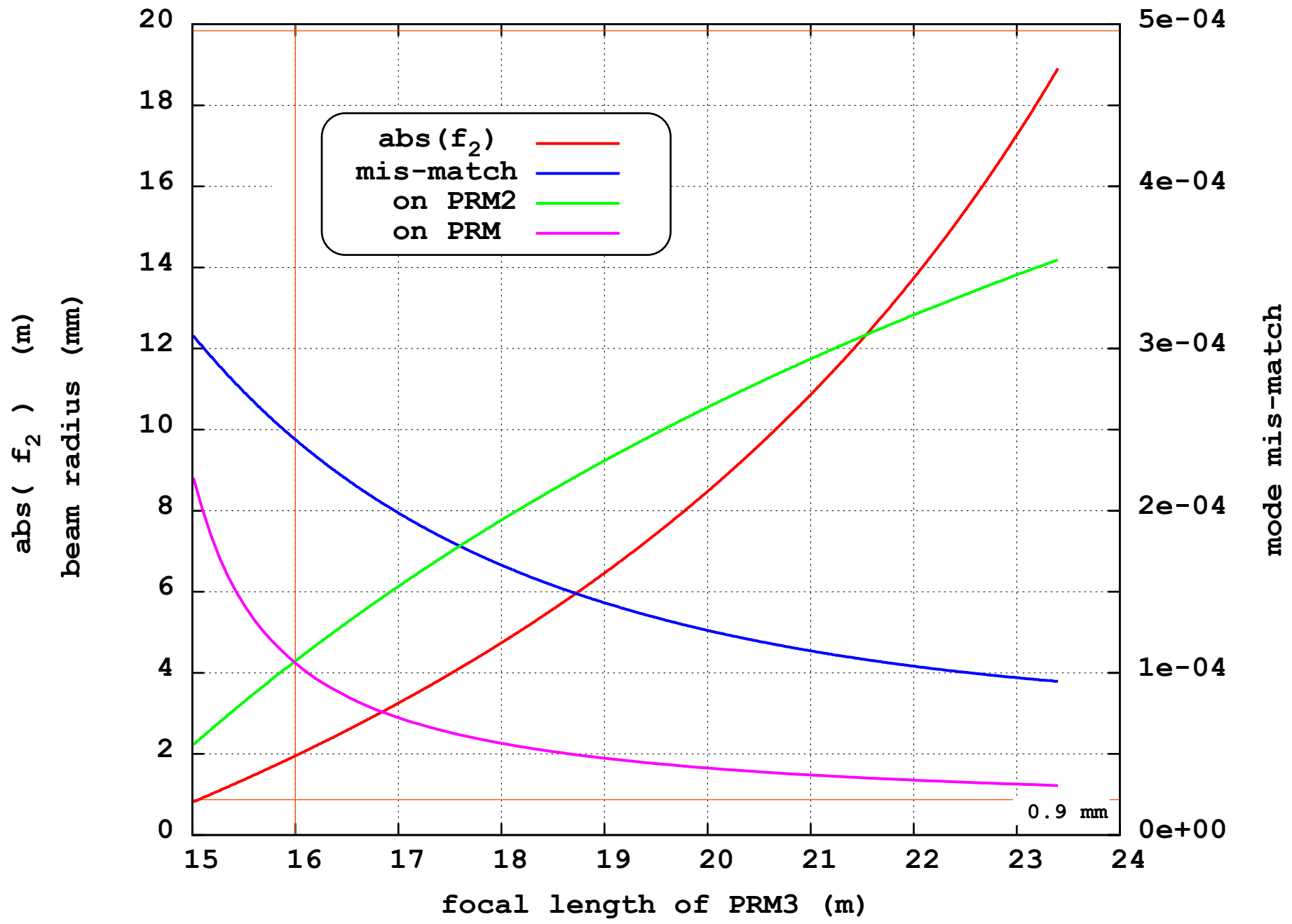
horizontal $(f_2 / \cos \theta, f_3 / \cos \theta) \rightarrow (Z_{Rx'}, d_x)$

vertical $(f_2 * \cos \theta, f_3 * \cos \theta) \rightarrow (Z_{Ry'}, d_y)$

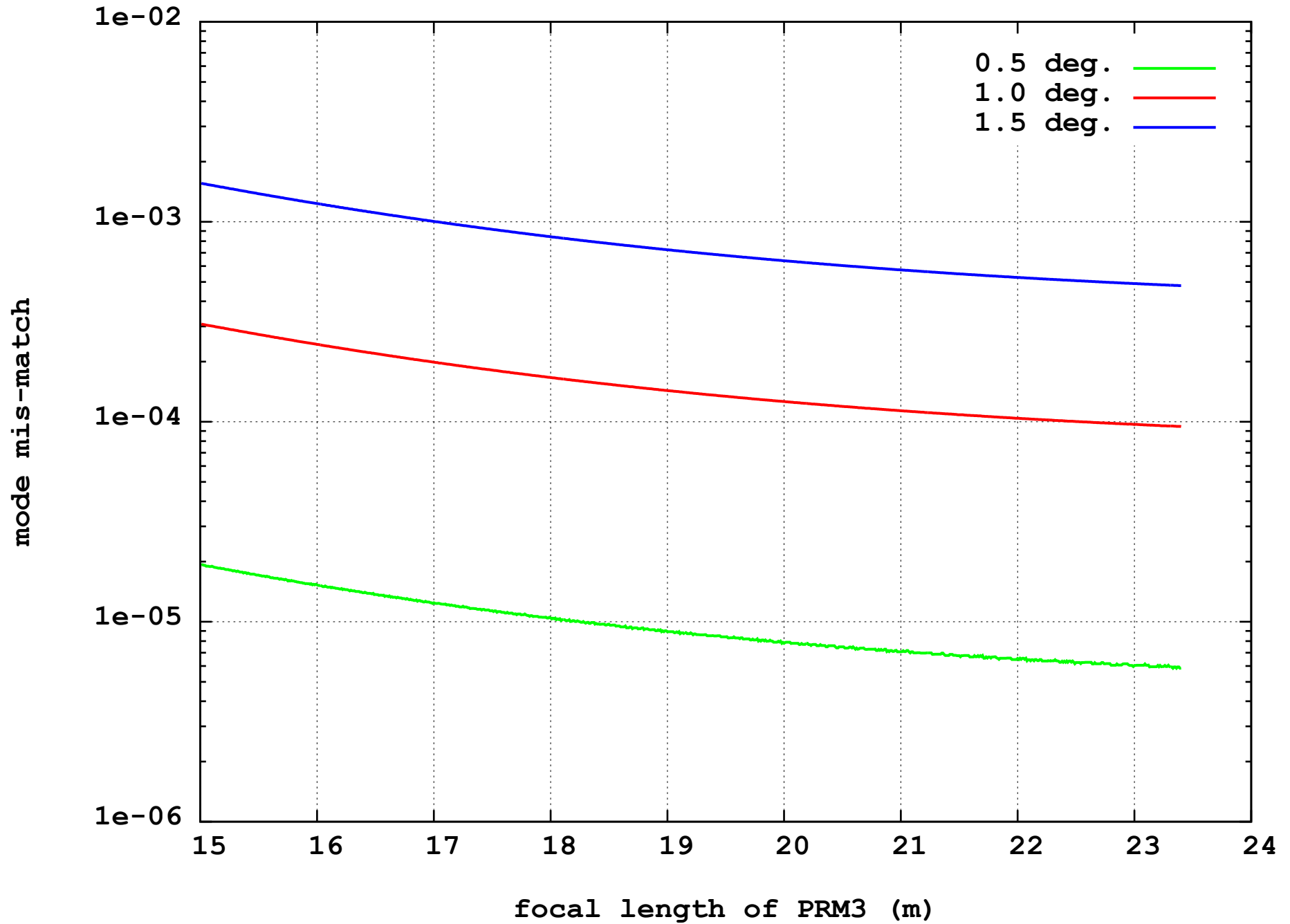
** in this first evaluation, reflection angles are assumed to be same.

(mode mis-matching) =

$$1 - 4 \left| \frac{z_{RC} \sqrt{z_{Rx'} z_{Ry'}}}{[z_{RC} + z_{Rx'} + i(d_x - d_C)][z_{RC} + z_{Ry'} + i(d_y - d_C)]} \right|$$



Reflection angle dependency



2.1 Cancellation of Astigmatism

Astigmatism of the telescope can be cancelled by choosing reflection angles at lens optics. For a case of telescope ($f_3 = 16.0$ m, $f_2 = -1.95$ m), mode mis-matching parameter was calculated as a function of reflection angle θ_3 .

Analytic formula [1] is as follow,

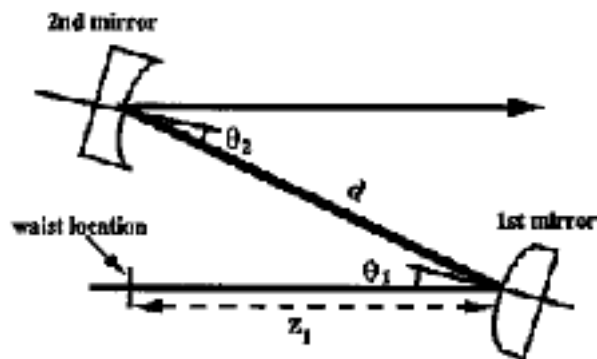


Fig. 1. Two-mirror off-axis beam expander.

$$f_2 = 16.0, f_1 = -1.95, z_1 = 8, d = 14.1$$

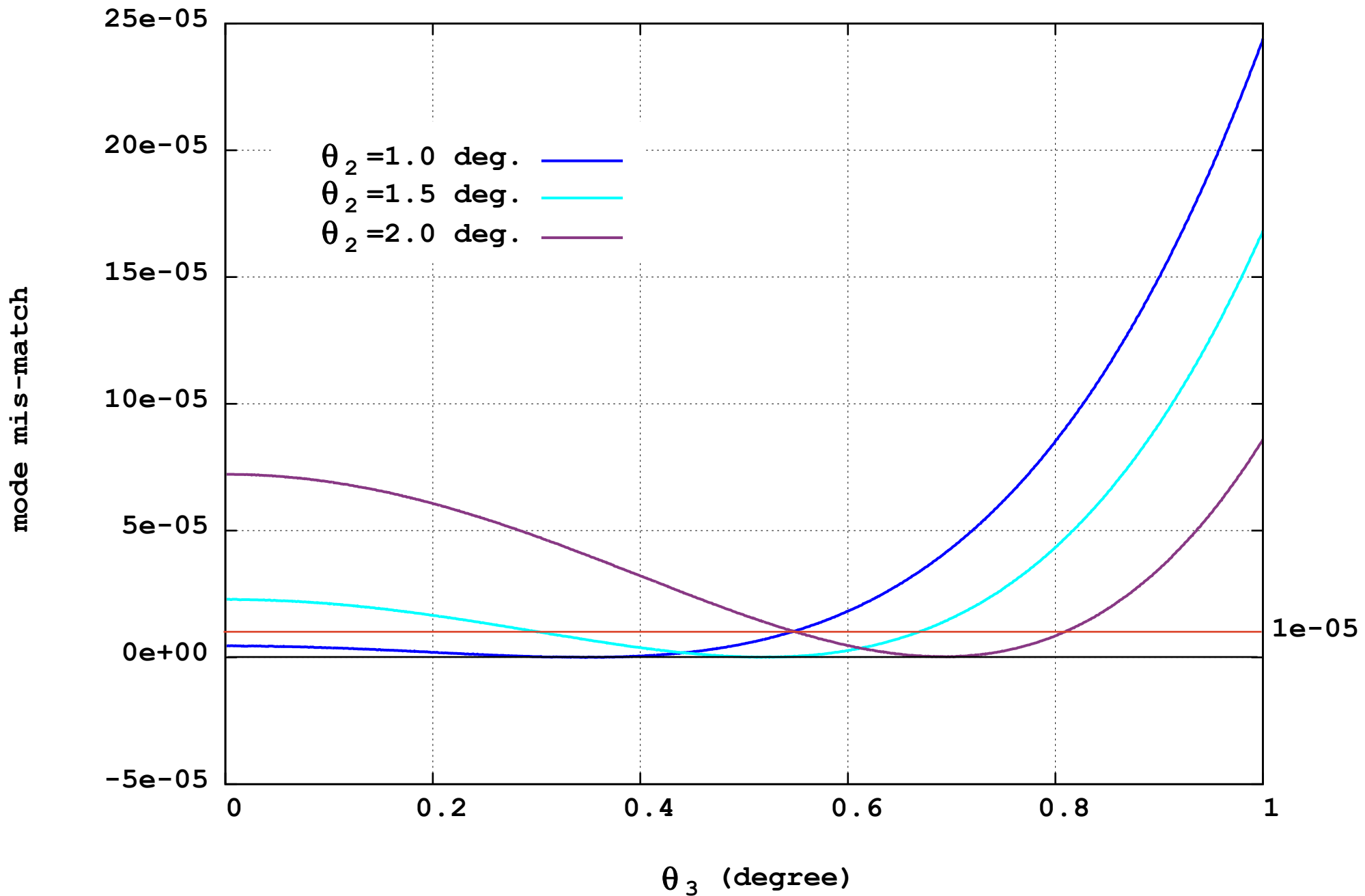
$$\theta_2 = \sqrt{-\frac{f_2}{f_1} \left| \frac{z_1}{z_1 \left(1 - \frac{d}{f_1}\right) + d} \right|} \theta_1.$$

$$= 2.864 * 0.1251 * \theta_1$$

$$= 0.36 * \theta_1$$

θ_1	θ_2
1	0.36
1.5	0.54
2	0.72

For a set of telescope ($f_3 = 16.0$ m, $f_2 = -1.95$ m)



Summary of astigmatism on folding design

- 反射角を 1 度とすると、どの f_2, f_3 の組合せでも mode-mismatch は 10^{-4} 台で大きな変化はない。
- **($f_2=-1.95, f_3=+16.0$) --> mode mis-match $2.5E-4$**
- telescope での反射角を **0.5, 1.0, 1.5 度**と変えると **$1.5e-5, 2.5E-4, 1.2E-3$** と order が変わるほど mis-match は増加する。
- 2 枚のレンズでの反射角を同じにしないで良いなら astigmatism を少なくする反射角の組合せが存在し、**mode mis-match を $1.0E-5$ 以下** とすることが可能である。

In the case of incident angle is 1 degree

Ø 1000

120

Ø 306

PRM - PRM2
beam radius = 4.3 mm

Ø 30

324

113

PRM3

mirror diameter 250 mm

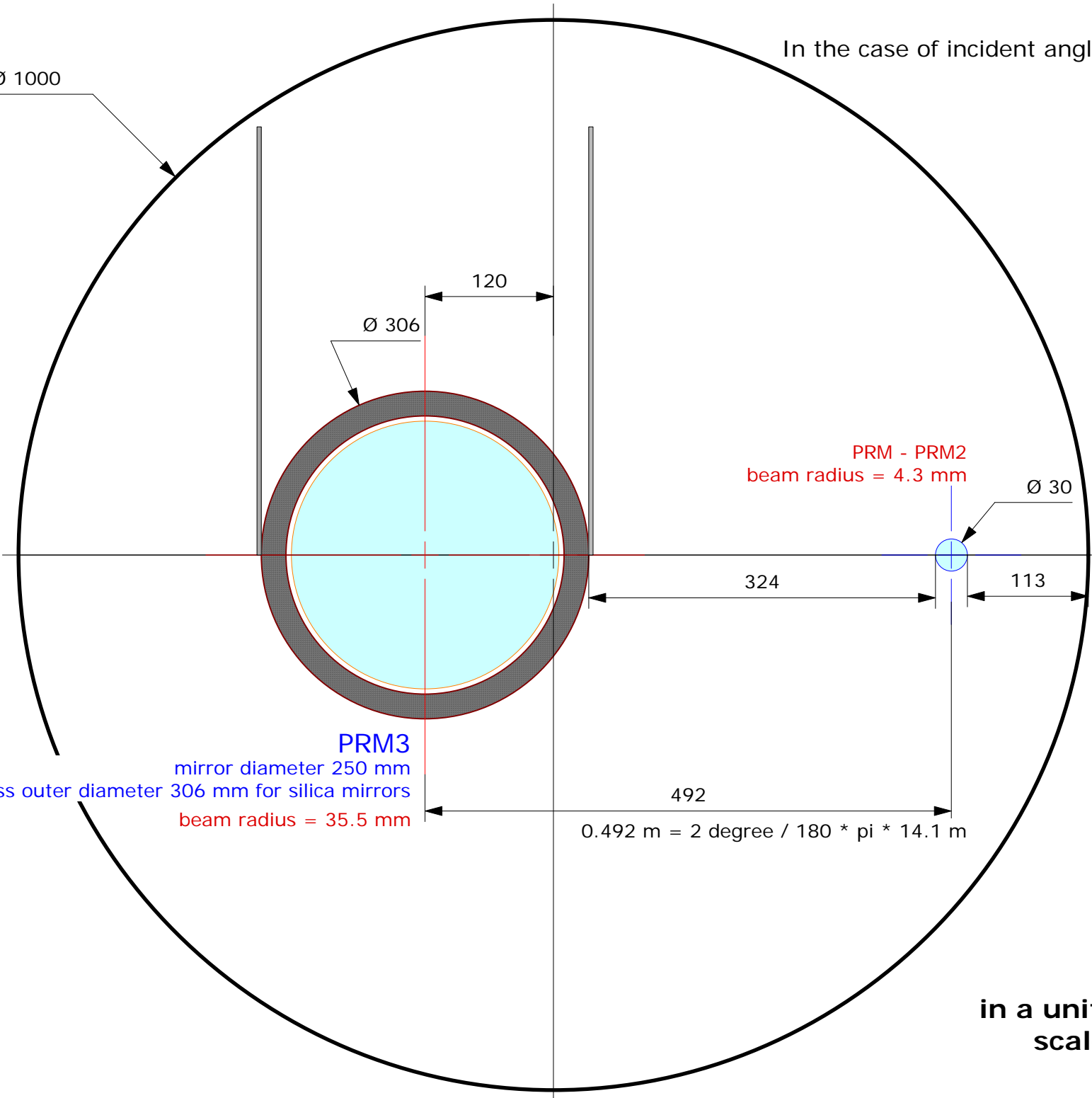
reaction mass outer diameter 306 mm for silica mirrors

beam radius = 35.5 mm

492

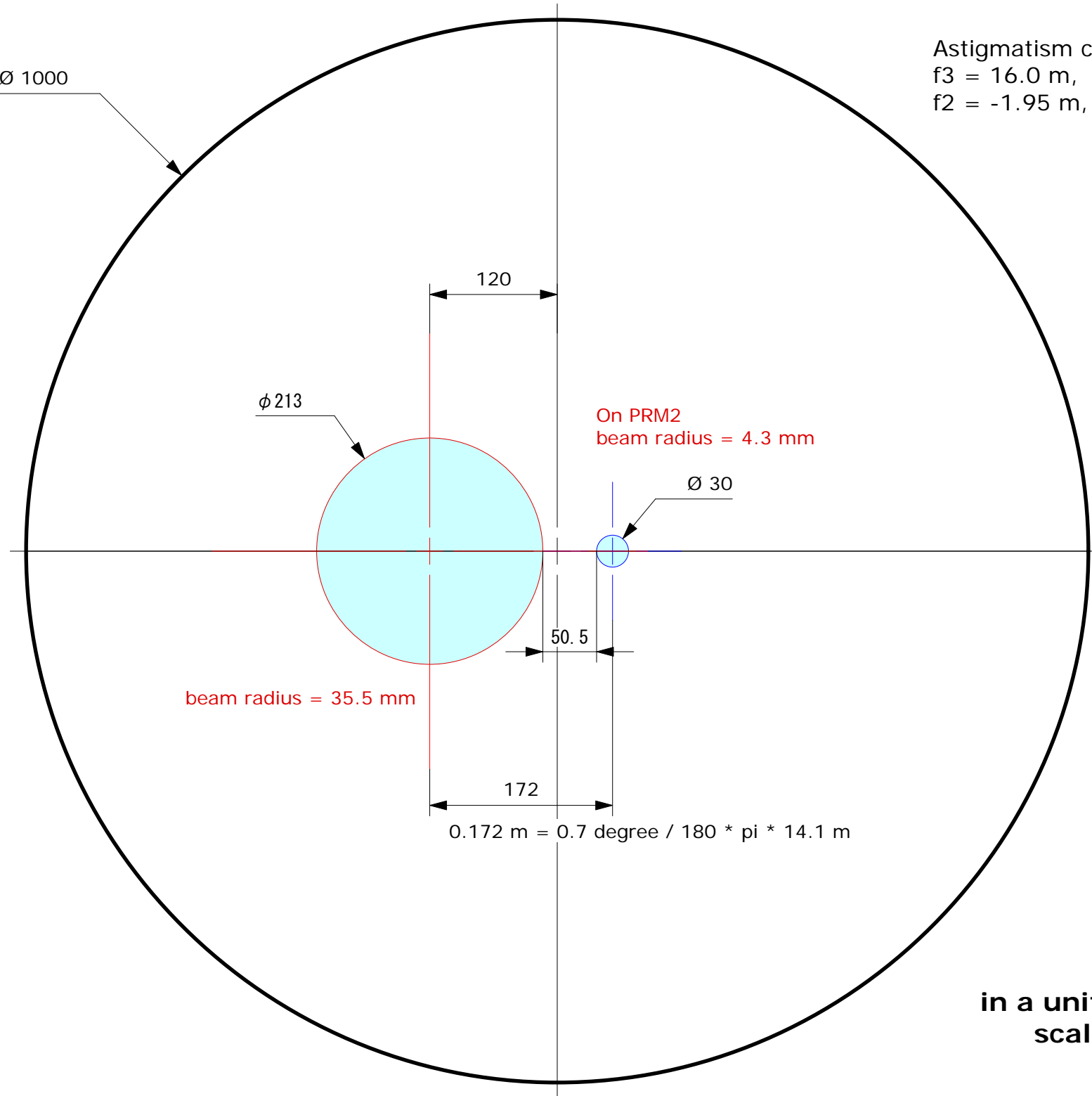
$0.492 \text{ m} = 2 \text{ degree} / 180 * \pi * 14.1 \text{ m}$

in a unit of mm
scale of 1:5



Astigmatism cancel design
f3 = 16.0 m, $\theta_3 = 0.35$ deg.
f2 = -1.95 m, $\theta_2 = 1$ deg.

Ø 1000



Ø 213

On PRM2
beam radius = 4.3 mm

Ø 30

beam radius = 35.5 mm

50.5

172

$0.172 \text{ m} = 0.7 \text{ degree} / 180 * \pi * 14.1 \text{ m}$

in a unit of mm
scale of 1:5